Czynnik $(N_A/\mu)2kT$ to energia kinetyczna jednego kilograma pary i w temperaturze 273 K wynosi około $2{,}5 \cdot 10^5$ J/kg. Wielkość L jest ciepłem przemiany fazowej i dla wody wynosi około $2{,}8 \cdot 10^6$ J/kg, czyli o ponad rząd więcej niż wartość energii kinetycznej. Można więc przyjąć, że cząsteczki wody sublimujące na jednym końcu rurki, przepływające do drugiego i tam kondensujące przenoszą energię głównie jako energię przemiany fazowej. Jeśli w równaniu na strumień energii zaniedbamy człon z energią kinetyczną, a równanie na strumień pary przepiszemy w postaci różniczkowej i trochę uprościmy, to otrzymamy

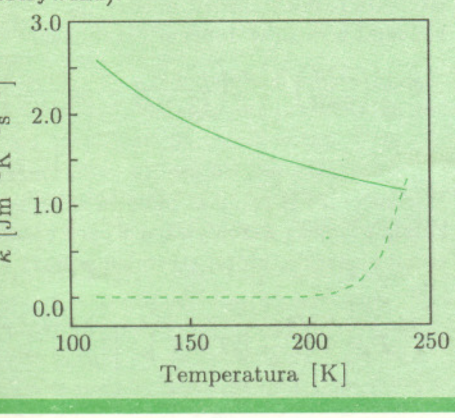
$$E = \left[L \left(\frac{32\mu}{9\pi RT} \right)^{1/2} r \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} \right] \left(-\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \right),$$

gdzie x jest odległością mierzoną wzdłuż rurki. Znak minus bierze się stąd, że kierunek przepływu pary, a więc i kierunek przepływu energii, jest przeciwny do kierunku, w którym rośnie temperatura. Człon w nawiasie kwadratowym to, jak łatwo zauważyć, przewodnictwo cieplne rurki. Zauważmy, że w rozważanym modelu porowatości stosunek powierzchni przekroju poprzecznego rurek do całkowitej powierzchni przekroju (w kierunku prostopadłym do rurek) jest równy porowatości. Zatem jeśli prawą stronę równania na strumień energii pomnożymy przez porowatość, to otrzymamy równanie na strumień transportowanej w porach energii na jednostkę powierzchni przekroju porowatego lodu.

Oznaczając porowatość przez ψ możemy napisać, że przewodnictwo cieplne porów w lodzie wynosi w przybliżeniu

$$\kappa_p = \psi L \left(\frac{32\mu}{9\pi RT} \right)^{1/2} r \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}T} \quad \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{m\,K\,s}} \right].$$

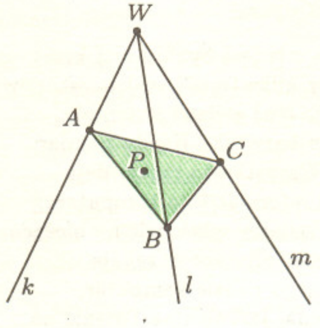
Powyższe rozważania może zilustrować wykres temperaturowej zależności przewodnictwa cieplnego sieci ziarenek lodu (linia ciągła) oraz przewodnictwa cieplnego samych porów (linia przerywana).



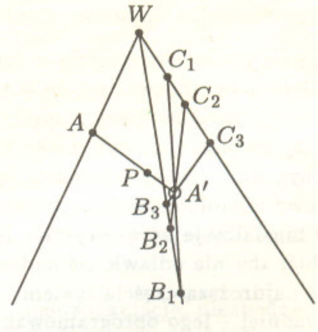
Minimalny czworościan

Jak znaleźć płaszczyznę, która przechodzi przez dany punkt we wnętrzu danego** (wypukłego) **naroża trójściennego i odcina od niego czworościan o najmniejszej objętości ?

Przyjmijmy oznaczenia z rysunku 1. Przypuśćmy, że punkt A został wybrany właściwie. Oznaczmy przez A' punkt przecięcia prostej AP z nie zawierającą A ścianą naroża. Poszukajmy takiego odcinka BC leżącego w tej ścianie i przechodzącego przez A', by pole trójkąta ABC było najmniejsze z pól możliwych trójkątów AB_iC_i (rys. 2).



Rys. 1



Rys. 2

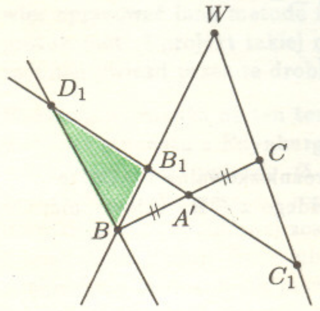
Właściwy wybór B i C to taki, gdy A' jest środkiem BC. Istotnie, każdy inny wybór powiększa pole: na rysunku 3

$$P_{WBC} = P_{WB_1A'C} + P_{BB_1A'} < P_{WB_1A'C} + P_{BD_1A'} = \\ = P_{WB_1A'C} + P_{CC_1A'} = P_{WB_1C_1}.$$

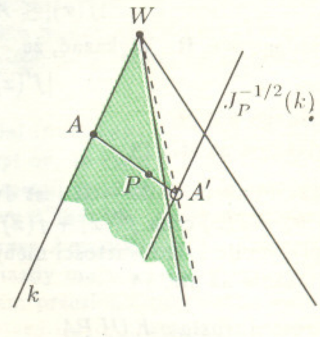
Pozostaje zatem pytanie, dla jakiego punktu A otrzymuje się najmniejszą objętość czworościanu $WABC$. Skoro jednak prosta AP ma przecinać odcinek BC w jego środku, to – z symetrii zadania wynika, że BP przechodzi przez środek AC, natomiast CP przez środek AB. Słowem:

P ma być środkiem ciężkości trójkąta ABC.

W szczególności powinno więc być $AP = 2 \cdot PA'$, co jednoznacznie określa A'.



Rys. 3



Rys. 4

Co więcej, rozwiązanie zadania jest konstruktywne. Oto algorytm:
- przecinamy obraz prostej k w jednokładności o środku P i stosunku $-\frac{1}{2}$ z płaszczyzną mk otrzymując punkt A' (rys. 4);
- przecinamy obraz prostej l w symetrii środkowej względem punktu A' z prostą m otrzymując punkt C;
- przecinamy proste $A'P$ i k otrzymując punkt A;
- przecinamy proste $A'C$ i l otrzymując punkt B.

Uzasadnienie tego, że algorytm daje ABC, którego środkiem ciężkości jest P, można łatwo uzyskać przeglądając *Małą Deltę* w tym numerze. Potrzebna jest także informacja, że poszukiwany minimalny czworościan musi istnieć. Zdobycie jej też nie jest trudne, ale to pozostawię już wyłącznie inwencji Czytelnika.

Marek KORDOS