



M 708. Czy istnieją takie funkcje ciągle $f, g: (2, 4) \rightarrow (2, 4)$, że dla każdego $x \in (2, 4)$ spełnione są jednocześnie trzy warunki:

$$f(g(x)) = g(f(x)) = x;$$

$$f(x)^{g(x)} = x^x;$$

$$f(x) \neq g(x)?$$

Rozwiązanie na str. 7

Zadanie zaproponował pan Krzysztof Oleszkiewicz.

M 709. Udowodnić, że dla dowolnych dodatnich x, y oraz dla wszystkich $\alpha \in \mathbf{R}$ zachodzi nierówność

$$x^{\sin^2 \alpha} \cdot y^{\cos^2 \alpha} < x + y.$$

Rozwiązanie na str. 7

M 710. W urnie znajduje się pewna liczba kul białych i pewna (być może inna) liczba kul czarnych. Wyciągamy kolejno, ze zwracaniem, dwie kule. Udowodnić, że prawdopodobieństwo p , wyciągnięcia dwóch kul jednego koloru, jest nie mniejsze od $1/2$.

Rozwiązanie na str. 7

Redaguje Jarosław KULPA

F 385. Aluminiowa kula stoi na dużo twardszym od niej podłożu. Oszacować promień tej kuli, wiedząc, że powierzchnia jej styku z podłożem wynosi 1 mm^2 .

Moduł Younga oraz gęstość aluminium wynoszą odpowiednio: $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

Rozwiązanie na str. 9

F 386. Jaka część obwodu koła standardowego samochodu osobowego styka się z jezdnią?

Dane dotyczące samochodu: nadciśnienie w oponach $p = 2$ atmosfery, masa $m = 1000 \text{ kg}$, promień koła $r = 30 \text{ cm}$, jego szerokość $x = 16 \text{ cm}$. Założyć równomierne rozłożenie ciężaru samochodu na wszystkie cztery koła.

Rozwiązanie na str. 10

* * *

Astronomicznym odpowiednikiem słynnego problemu kury i jajka jest, na przykład, zagadnienie: czy uformowane wcześniej galaktyki zebrały się w gromady galaktyk, czy ogromne obłoki rozproszonej materii podzieliły się na fragmenty, z których dopiero powstały galaktyki. W świecie gwiazd sprawa wydaje się rozstrzygnięta: obłoki materii w miarę zagęszczania ogrzewają się, co sprzyja rozpadowi na mniejsze fragmenty, a z nich w końcu powstają gwiazdy. Na zdrowy rozum, mechanizm ten mógłby działać też w większej skali. Jednak obserwacje najbliższej gromady galaktyk, gromady w Pannie (Virgo), sugerują jakby coś przeciwnego. Gromada ma mianowicie dwie koncentracje, z których każda w centrum mieści wielką galaktykę eliptyczną. Koncentracje te najwyraźniej spadają na siebie – dowodzi tego rozkład przestrzenny galaktyk i ich prędkości radialne. Wreszcie galaktyki różnych typów są w tych podgromadach nie wymieszane: galaktyki eliptyczne (masywne) grupują się w pobliżu centrów, a spiralne (lżejsze) na peryferiach podgromad (nazywa się to efektem segregacji galaktyk, a występuje on w licznych gromadach). Ten fakt akurat można tłumaczyć dwójako. Może on oznaczać, że gromady nie osiągnęły jeszcze stanu równowagi, albo że właśnie są stare w skali kosmicznej, gdyż pojawianie się efektu segregacji z upływem czasu potwierdzają numeryczne symulacje mechanicznej ewolucji gromad. Badania ewolucji gromad stawiają dopiero pierwsze kroki.

T.K.

* * *

Uciec tak na bezludną wyspę, z dala od wszelkich śladów cywilizacji! Ale gdzie? Na wyspie Acadia w atolu Ducie (na Pacyfiku, 293 mile od najbliższej zamieszkałej wyspy i ponad 300 mil od najbliższego kontynentu) na odcinku wybrzeża o długości 1,5 mili znaleziono 953 ślady cywilizacji: ponad 100 boi, 71 plastikowych butelek, 171 butelek szklanych z 15 krajów (w tym ponad 50 po whisky), 25 butów, 6 żarówek, 6 jarzeniówek, 2 rękawiczki, piłkę, inhalator dla astmatyków i wiele innych rzeczy.

J.K.