

Dlaczego szybka jazda samochodem jest niebezpieczna?

Witold SKIBA

Poruszające się ciała obdarzone są energią kinetyczną. W trakcie hamowania ciało musi stracić tę energię. Przy zderzeniach, tzn. gwałtownych zmianach prędkości, energia ta może spowodować nieodwracalne straty – rozbić karoserię, itp. Im większa prędkość samochodu, tym większa jego energia kinetyczna i stąd poważniejsze mogą być następstwa gwałtownego jej tracenia w trakcie zderzenia. Energia kinetyczna ciała będącego w ruchu, jak prawie każdy pamięta ze szkoły, zależy od kwadratu jego prędkości. Zależność tę opisuje wzór

$$E_k = mv^2/2,$$

gdzie m jest masą ciała, a v – jego prędkością. Wzór ten mówi, że E_k rośnie dość szybko (kwadratowo) z prędkością. Żeby rozpędzić dane ciało do prędkości dwa razy większej, potrzeba aż cztery razy więcej energii. Tyle też więcej energii traci ciało na skutek hamowania. Gdyby energia nie rosła tak szybko z prędkością, to i straty w wyniku zderzeń byłyby mniejsze. Spróbujmy zrozumieć zależność E_k od v .

Wydawać by się mogło, że następujące rozumowanie powinno prowadzić do wniosku, że energia kinetyczna zależy liniowo od v . Wyobraźmy sobie, że rozpędzamy najpierw ciało do prędkości v , co wymaga energii E_k , a następnie przechodzimy do układu poruszającego się z tym ciałem i dopiero w tym układzie rozpędzamy ciało do prędkości v w tym samym kierunku (a więc do prędkości $2v$ względem początkowego układu), co znowu wymaga energii E_k – w sumie więc tylko $2E_k$, a nie $4E_k$. W przypadku samochodu można zauważyć, że istnieje wyróżniony układ współrzędnych związany z drogą. Ale jeśli powtórzyć ten argument dla rakiety w kosmosie?

Sprawdźmy, dlaczego taki wariant zależności E_k od v nie może być realizowany w Przyrodzie. Oczywiście, można formalnie wyprowadzić wzór na E_k i już. Spróbujmy jednak zrozumieć to bez formalnych wybiegów wychodząc jedynie z przesłanek zupełnie oczywistych. Po pierwsze, spodziewamy się, że E_k nie zależy od kierunku prędkości – niezależnie, w którą stronę rozpędzamy samochód (na wschód czy na północ), tyle samo trzeba się napracować. Zatem $E_k = E_k(|\mathbf{v}|)$. Proporcjonalność E_k do masy jest oczywista. Będziemy więc masę pomijać rozważając ciało o jednakowej masie. Zobaczmy więc, czy możliwe jest obliczanie E_k , przez dodawanie energii ciała w danym układzie do energii potrzebnej do rozpędzenia go do tego układu, tzn.

$$(*) \quad E(|\mathbf{u} + \mathbf{v}|) = E(|\mathbf{u}|) + E(|\mathbf{v}|).$$

Wystarczy wziąć $\mathbf{u} = -\mathbf{v}$ (ciało spoczywające w jednym układzie porusza się z prędkością \mathbf{v} w innym układzie poruszającym się z prędkością $-\mathbf{v}$), aby zauważyć, że $E(0) = 2E(|\mathbf{v}|)$. Z pewnością wzór (*) jest fałszywy. A więc żądanie niezależności E_k od kierunku \mathbf{v} wyklucza już możliwość liniowego wzrostu E_k z $|\mathbf{v}|$, chociaż nie określa szczegółowo charakteru tej zależności.

Drugą zupełnie naturalną cechą energii kinetycznej jest to, że jej zmiana w zderzeniu ciał nie zależy od układu. Zmiana E_k mówi, na przykład, o skutkach zderzenia, wgnieceniach karoserii itp., a te w każdym układzie odniesienia są takie same. Załóżmy zatem, że E_k

i szerokość całkowita mają ten sam wymiar i można je mierzyć w jednostkach energii, na przykład $\text{GeV} = 10^9 \text{ eV}$). Akcelerator LEP pracuje właśnie przy energiach rzędu 100 GeV. Liczba produkowanych dziennie cząstek Z^0 dochodzi do kilkudziesięciu tysięcy w każdym z czterech przecięć wiązek e^+e^- .

Podstawowymi parametrami charakteryzującymi cząstkę nietrwałą Z^0 są jej masa M_Z i całkowita szerokość Γ_Z . Zgodnie z zasadą nieokreśloności dla energii cząstki nietrwałe nie mają dokładnie określonej masy. Rozmycie masy jest tym większe, im krócej żyje dana cząstka. Jeśli sporządzimy wykres przedstawiający prawdopodobieństwo produkcji cząstki w zależności od jej masy, to ma ono pewne maksimum. Położenie maksimum definiowane jest jako masa tej cząstki, a szerokość wykresu w połowie wysokości maksimum definiuje szerokość całkowitą Γ . Im więcej jest możliwych stanów cząstek końcowych, na które może rozpaść się dana cząstka, tym krócej ona żyje i, zgodnie z zasadą nieoznaczoności, ma ona większą szerokość Γ . Precyzyjny pomiar Γ pozwala więc uzyskać informacje o możliwych stanach końcowych rozpadu badanej cząstki, nawet jeśli nie potrafimy bezpośrednio zaobserwować niektórych z tych stanów.

Wyznaczenie wspomnianych dwóch wielkości jest dwustopniowe. Po pierwsze należy zmierzyć jakąś wielkość zależną od M_Z i Γ_Z . Po drugie należy porównać wynik pomiaru z przewidywaniami modelu standardowego i wyznaczyć, najlepiej jak można, wartości M_Z i Γ_Z , oraz, co bardzo ważne, oszacować błędy tych wartości.

Podstawowy pomiar to wyznaczenie zależności przekroju czynnego, czyli z grubsza mówiąc liczby produkowanych cząstek Z^0 przypadających na jedno zderzenie e^+e^- na sekundę, od energii zderzających się elektronów. Należy w tym celu umieć nie tylko zliczać powstające w wyniku anihilacji Z^0 , ale także umieć porównać liczby cząstek Z^0 produkowanych przy różnych energiach, a więc przy różnych strumieniach anihilujących par e^+e^- . Nie będziemy tu dyskutowali tych trudnych problemów doświadczalnych. Po prostu założymy, że zespoły doświadczalne pracujące w czterech eksperymentach przy LEPie zrobiły to najlepiej, jak było można.

można zapisać ogólnie jako

$$E_k = a_1|v| + a_2|v|^2 + a_3|v|^3 + \dots$$

(matematycy nazwaliby to rozwinięciem w szereg potęgowy). Wyznamy współczynniki a_i . Przeanalizujemy zderzenie dwóch samochodów o jednakowych masach. Przed zderzeniem w układzie środka masy obydwa samochody poruszają się z prędkościami równymi co do wartości v i przeciwnie skierowanymi; po zderzeniu zaś spoczywają. Rozważmy teraz to samo zderzenie w układzie, w którym jeden z samochodów spoczywa. Oznacza to, że drugi samochód przed zderzeniem ma prędkość $2v$, a po zderzeniu oba samochody poruszają się razem z prędkością v . Obliczymy zmianę energii w trakcie zderzenia w obu układach.

Układ środka masy:

$$-2(a_1v + a_2v^2 + a_3v^3 + \dots).$$

Układ spoczynkowy jednego z samochodów:

$$-(a_12v + a_24v^2 + a_38v^3 + \dots) + 2(a_1v + a_2v^2 + a_3v^3).$$

Żądając, by zmiany te były równe, dostajemy

$$2a_1v - 4a_3v^3 - 12a_4v^4 + \dots = 0.$$

Ponieważ v jest dowolne, więc wszystkie współczynniki w tym równaniu muszą być równe zero. Zatem $E_k = a_2v^2$ i nic więcej.

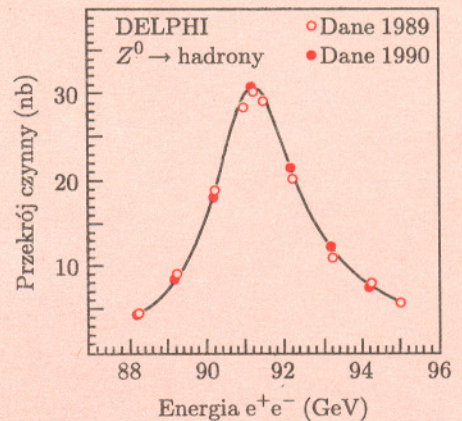
No trudno, E_k nie może być funkcją liniową prędkości. Wzór $E = mv^2/2$ jest słuszny przynajmniej dla małych prędkości. Jadąc szybko samochodem można się pocieszać, że E_k nie rośnie szybciej niż kwadratowo, a w mianowniku stoi dwójka.

Idylla maleńka taka

Wzór de Moivre'a odkrył Euler; twierdzenie Pitagorasa było znane kilkaset lat przed jego urodzeniem; Tales nie znał twierdzenia Talesa; wzory Cardano podali Tartaglia (dla równań stopnia 3) i Ferrari (dla stopnia 4); aksjomat Archimedesusa używano co najmniej 150 lat przed jego narodzinami, natomiast sam Archimedes był autorem zasady Cavalieriego (który żył 18 wieków później); jeszcze większy dystans dzieli Dedekinda od wynalazcy przekroju Dedekinda, czyli Eudoksosa (22 wieki); tenże Eudoksos jest wynalazcą pętli Vivianiego; sfery Dandelina wymyślił Apoloniusz; jeszcze śmieszniej jest z płaszczyzną Gaussa wprowadzoną kilkadziesiąt lat przed jego urodzeniem przez Eulera – jej odkrywcą, wedle większości podręczników historii matematyki, jest Wessel; trochę lepiej jest natomiast z prawami de Morgana – odkrył on jedno z nich (drugie 9 lat później Pierce); schemat Hornera jest wynalazkiem arabskim, podobnie jak stosowany do dowolnych wykładników dwumian Newtona; występujący w nim symbol Newtona obliczał Pascal – choć tutaj metodę nazwano uczciwie trójkątem Pascala; przestrzeń kartezjańska i kartezjański układ współrzędnych to dzieło Fermata; sito Eratostenesa występuje w napisanych przed jego urodzeniem *Elementach* Euklidesa; wielościany archimedesowe wymyślił Pappus i sam puścił plotkę, że znał je już jego wielki poprzednik sprzed sześciu wieków – Archimedes. Z bliższych nam okolic: przestrzeń Sobolewa wymyślił Nikodym i nazwał je przestrzeniami Beppa Leviego. W niczym nie zmienia to faktu, że przez cały czas kłócono się zawzięcie o priorytet każdego właściwie odkrycia.

M.K.

Precyzja wyznaczenia liczby cząstek Z^0 i strumienia zderzających się e^+e^- wpływają na błąd wyznaczenia wartości przekroju czynnego. Zależność przekroju czynnego od energii e^+e^- w LEPie przedstawia rysunek 1. Punkty doświadczalne pochodzą z pomiarów eksperymentu z detektorem DELPHI, krzywe zaś są wynikiem dopasowania przewidywań modelu standardowego. Na tym rysunku bardzo wyraźnie widać rezonansowe maksimum odpowiadające produkcji Z^0 .



Rys. 1. Wyniki dopasowania kształtu linii Z^0 dla rozpadu Z^0 na hadrony w detektorze DELPHI. Krzywa ciągła to przewidywania modelu standardowego, odpowiadające $M_Z = (91,171 \pm 0,030 \pm 0,030)$ GeV, $\Gamma_Z = (2,511 \pm 0,065)$ GeV. Drugi błąd podany dla M_Z odpowiada błędowi pomiaru energii e^+e^- w LEPie, który w latach 1981–1990 wynosił 30 MeV.

Błąd wyznaczenia energii początkowych e^+e^- , czyli błąd zmiennej niezależnej, jest głównym tematem tego artykułu.

Od czego zależy energia wiązek w akceleratorze?

LEP jest jednocześnie akceleratorem elektronów (i pozytonów) i pierścieniem akumulacyjnym, to znaczy urządzeniem do długotrwałego utrzymywania wiązek o stałej energii. Przy napełnianiu LEPu wykorzystuje się cały CERNowski kompleks pięciu akceleratorów, które stanowią etapy wstępnego przyspieszania elektronów i pozytonów do energii 20 GeV. Przyspieszenie od 20 do 46 GeV zachodzi już w samym pierścieniu LEPu. Elektrony poruszające się w pierścieniu akceleratora doznają przyspieszeń, a więc promieniują fale elektromagnetyczne tracąc przy tym energię. Tak więc nawet po osiągnięciu energii końcowej musimy ciągle pompować energię z zewnątrz, żeby skompensować straty.