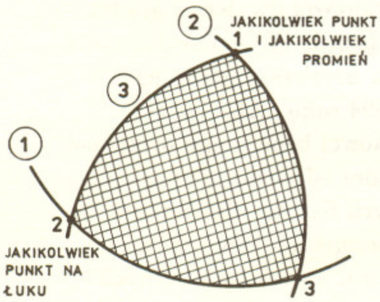
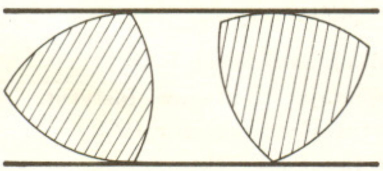
mała delta

Pożytki ze stałej szerokości



Szerokość figury Φ (niech będzie ona płaska) w kierunku prostej k mierzy się tak. Bierzemy dwie proste prostopadłe do k, które wyznaczają pas możliwie małej szerokości, zawierający jednak figurę Φ. Jego szerokość to właśnie szerokość Φ w kierunku k. Jeśli figura w każdym kierunku ma tę samą szerokość, to mówimy, że jest figurą o stałej szerokości.

Wbrew pozorom jest bardzo dużo figur o stałej szerokości, nie tylko koło. Na ogół mówiąc o figurach o stałej szerokości ograniczamy się do figur wypukłych (czyli takich, które wraz z dwoma punktami zawierają cały łączący je odcinek). Wówczas koło ma największe pole spośród wszystkich figur o danej szerokości d – mianowicie $\frac{\pi}{4}d^2$. Najmniejsze pole ma natomiast trójkąt Reuleaux, który łatwo zbudować (podobnie jak koło) samym cyrklem – jest on ograniczony łukami okręgów poprowadzonych z wierzchołków trójkąta równobocznego przez pozostałe wierzchołki. Pole trójkąta Reuleaux o szerokości d jest równe $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}d^2$.



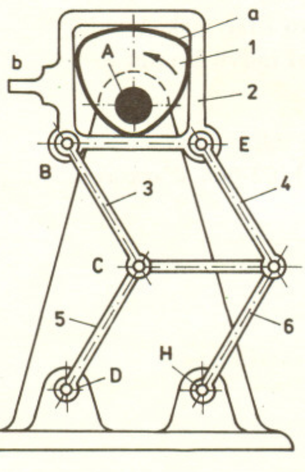
Obwód, zarówno koła, jak trójkąta Reuleaux, jest równy πd. Wobec tego pytanie do samodzielnego rozstrzygnięcia:

Czy wszystkie figury wypukłe o stałej szerokości d mają taki sam obwód ?

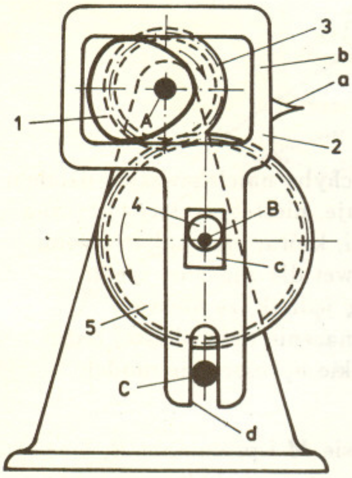
Następne zadanie (aby przybliżyć poprzednie):

Narysować pięć wypukłych figur o stałej szerokości, ale różnego kształtu.

Jeśli pod deskę podłożylibyśmy wałki o przekroju będącym figurą stałej szerokości, to deska ta toczyłaby się nie podskakując. Jednak użyć jako kółka na osi można – spośród figur o stałej szerokości – jedynie koła (dlaczego ?). Figury o stałej szerokości mają jednak liczne zastosowania w technice. Trójkąty Reuleaux z lekko zaokrąglonymi rogami (można to zrobić nie psując stałej szerokości – jak ?) już dawno wyparły krzyże maltańskie z urządzeń przesuwających taśmę w projektorach filmowych.



Oto pierwsze z używanych urządzeń. Trójkąt 1 obraca się wokół stałej osi A cały czas mieszcząc się w ramce 2 wyposażonej na zewnątrz w ząb b. Ramka ta jest połączona przegubami B i E z drążkami 3 i 4, które z kolei połączone są przegubowo (C i F) z drążkami 5 i 6 zamocowanymi również przegubowo ze stałymi osiami D i H. Długości drążków i rozmiary ramki są tak dobrane, aby $BCFE$ i $CDHF$ (a więc i $BDHE$) były równoległobokami. Obrót trójkąta powoduje, że ząb b wchodzi w perforację taśmy (jak głęboko?), przesuwa ją (o jaki odcinek?) i wychodzi.

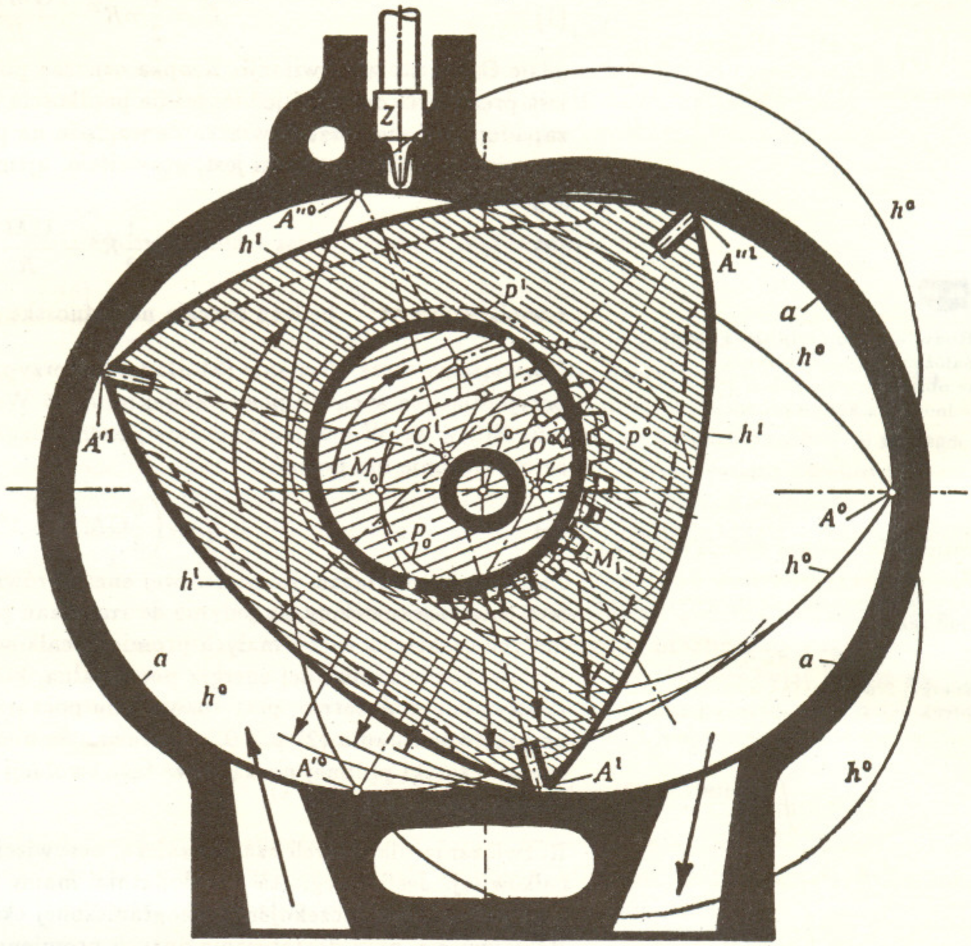


A oto odmienny sposób wykorzystania takiego samego trójkąta w tym samym celu. Teraz trójkąt 1 jest na stałe połączony z kołem zębatym 3 – oba obracają się wokół osi A. Ramka 2, w której się obraca trójkąt, jest tym razem zaopatrzona w inny ząb a i ma wystającą w dół część z dwoma otworami. W pierwszym z nich (c) porusza się tzw. ekscentryk, tj. koło z osią B zamocowaną poza geometrycznym środkiem. Do tejże osi jest przymocowane inne koło zębate 5, zazębione z kołem 3. Drugi otwór ślizga się po stałej osi C. Tutaj może być trudniej zauważyć, że ząb a wykonuje tę samą pracę, co poprzednio ząb b.

Następne zastosowanie wymaga uprzedniego rozwiązania ciekawego samego w sobie zadania:

W jakiej najmniejszej figurze można obrócić dokoła trójkąt równoboczny ?

Otóż wcale nie musi to być koło. Ściągawka to np. *Kalejdoskop matematyczny* Hugona Steinhausa (WSiP, 1989, str. 148). Podobne zadanie można (z podobnym wynikiem) rozwiązać dla trójkąta Reuleaux.



Jego rozwiązanie to silnik Wankla – spalinowy silnik wyposażony nie w tłok, lecz w rotor. Podobno ma to szereg zalet, a jak pracuje, to znowu zadanie do rozstrzygnięcia przez Czytelnika. W każdym razie wygląda ładnie.

Problemy dotyczące figur o stałej szerokości znalazły się w matematyce za sprawą Eulera i nigdy nie zajmując pozycji centralnej stale jednak są badane. O figurach o stałej szerokości można przeczytać również w *Delcie* 6/1992.

Małą Deltę opracował Marek KORDOS posługując się książką: Marcel Berger, Géométrie