Fale grawitacyjne – Nobel z astrofizyki

Tadeusz JARZĘBOWSKI

Pojęcie fal grawitacyjnych znane jest w świecie fizyki już od 75 lat; pojawiły się one na gruncie ogólnej teorii względności. Einstein, wysuwając w roku 1918 hipotezę istnienia tych fal, sam powątpiewał w możliwość zarejestrowania ich kiedykolwiek. A jednak stało się, fakt ich emisji już stwierdzono; ujawniły ją dwie obiegające się gwiazdy neutronowe naszej Galaktyki, odległe od nas o 25 tysięcy lat świetlnych. Fale grawitacyjne z domeny hipotez przeszły do fizycznych realiów.

Koncepcja fal grawitacyjnych (promieniowania grawitacyjnego) miała swe źródło w analogii między polem elektromagnetycznym i grawitacyjnym. Wiadome było od czasów Maxwella, że poruszająca się ruchem przyspieszonym cząstka naładowana jest źródłem fali elektromagnetycznej. Zgodnie natomiast z założeniami ogólnej teorii względności poruszające się ruchem przyspieszonym ciało obdarzone masą powinno być źródłem fal grawitacyjnych. Rolę ładunku elektrycznego przejmuje tutaj zatem masa. Ale wydajność mechanizmu emisji jest tu znikomo mała; dla przykładu, belka o masie 100 000 t i długości 3 km, wykonująca jeden obrót na sekundę, emitowałaby promieniowanie o mocy zaledwie 10^{-24} W.

Z praw kwantowej teorii pola wynika, iż promieniowanie to powinno być skwantowane. Tak jak foton jest kwantem pola elektromagnetycznego, tak **grawiton** byłby kwantem pola grawitacyjnego. Masa spoczynkowa grawitonu (tak jak i fotonu) równa się zeru, z czego wynika, iż porusza się on z prędkością światła. Spin fotonu jest równy 1, spin grawitonu zaś 2.

Używając języka relatywistycznego powiedzielibyśmy, że fale grawitacyjne to zafalowania własności geometrycznych czasoprzestrzeni. Są to fale o zupełnie innej naturze niż elektromagnetyczne. Co się zaś tyczy częstotliwości, to dla rozważanych kosmicznych źródeł zawierałyby się one w zakresie od kiloherców do mikro- czy nawet nanoherców. Są to częstotliwości średnio znacznie niższe niż te ze znanych nam dziedzin widma elektromagnetycznego.

Jak można wykryć fale grawitacyjne? Otóż fale elektromagnetyczne mogą na przykład naświetlać kliszę czy też być rejestrowane przez antenę. Grawitacyjne natomiast przenikają poprzez materię, nie wywołując w niej reakcji. Umieszczona w przestrzeni kosmicznej komora iskrowa jest w stanie wyłapać prawie każdy wysokoenergetyczny foton gamma; gdy natomiast chodzi o grawitony, to szansa zarejestrowania ich jest przy dzisiejszych możliwościach praktycznie żadna.

Jedna z możliwości detekcji fal grawitacyjnych opiera się na fakcie, iż przechodząc przez materię powinny one wprawiać ją w drgania (rys. 1). W oparciu o to zjawisko prowadził badania Joseph Weber, anonsując przed dwudziestu kilku laty odkrycie tych fal pochodzących z centrum Galaktyki. Nie potwierdziły tego jednak późniejsze badania. Falom grawitacyjnym udawało się skrywać przed nami aż do odkrycia układu podwójnego z pulsarem PSR 1913+16 (o którym była mowa w *Delcie* 12/1993).

Czy sukcesy chodzą parami?

Bolesław KOPOCIŃSKI

Dość powszechnie sądzi się, że sukcesy lub nieszczęścia zdarzają się seryjnie. Równocześnie w teorii prawdopodobieństwa i jego zastosowaniach lansuje się tzw. próby Bernoulliego, będące ciągami jednakowo prawdopodobnych i niezależnych zdarzeń losowych. Konflikt tych poglądów zaznacza się na przykład w genetyce, u podstaw której leży wspomniany schemat losowy Bernoulliego, a jednocześnie obserwuje się seryjny charakter zdarzeń, na przykład płci potomstwa. Oczywiście, każdy taki dylemat jest punktem wyjścia do subtelnych analiz. Tutaj zajmiemy się jednym z nich nadając mu postać dylematu pacjenta przed operacją. Podobne dylematy można by znaleźć w ubezpieczeniach, biznesie, sporcie itd.

Można mniemać, że lekarz mówiąc o prawdopodobieństwie powodzenia przy poważnej operacji ma na myśli iloraz liczby powodzeń przez liczbę przeprowadzonych operacji. Także pacjent na swój sposób ocenia swoje szanse, ale ponieważ nie dysponuje on żadnymi obserwacjami, zwykle pozostaje mu tylko wewnętrzne przekonanie, na przykład, że ma więcej szczęścia od innych. Często pacjent zapada po raz drugi na tę samą chorobę i staje powtórnie przed tym samym dylematem, a zdarza się, że sytuacja powtarza się wielokrotnie. Liczba dotychczasowych prób i taka sama liczba dotychczasowych sukcesów stanowią dane empiryczne, na których opiera podjęcie decyzji.

Zwykle w opisanej sytuacji zainteresowani przyjmują, że kolejne operacje można traktować jako próby niezależne, z tym samym prawdopodobieństwem sukcesu. My także przyjmiemy to założenie, ale postaramy się dokładniej je precyzować. Wielu wszakże jest przekonanych, że po kilku sukcesach prawdopodobieństwo sukcesu wzrasta. Wykażemy, że i ten pogląd jest także w pewnym sensie uzasadniony.

Przyjmijmy, że społeczność chorych jest zróżnicowana, podzielona na warstwy $W_1, W_2, \ldots, W_L$ ($L \geq 2$, liczba warstw L nie ma tu większego znaczenia), a w każdej warstwie jest inne prawdopodobieństwo powodzenia przy operacji. Niech prawdopodobieństwo tego, że pacjent należy do warstwy W_i będzie równe $P(W_i) = f_i$, natomiast prawdopodobieństwo powodzenia dla osób należących do tej warstwy – p_i, gdzie $i = 1, 2, \ldots, L$. Napiszmy jeszcze dla porządku, że suma prawdopodobieństw jest równa jedności

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{L} f_i = 1\,.$$

Pacjent mówiąc o prawdopodobieństwie sukcesu ma na myśli prawdopodobieństwo p_i dla swojej warstwy. Lekarz mówiąc o prawdopodobieństwie sukcesu ma na myśli prawdopodobieństwo średnie

$$(2) \qquad p = \sum_{i=1}^{L} f_i p_i\,.$$

Pacjent mówiąc o powtórzeniach ciągle myśli o sobie. Z założeń, które przyjął, wynika, że prawdopodobieństwo powodzenia jest stałe, a liczba przeżytych operacji nie ma znaczenia. Lekarz mówiąc o powtórzeniach ma na myśli różnych pacjentów zgłaszających się do niego na operację. Dla niego interesujące jest średnie prawdopodobieństwo p^* powodzenia dla pacjentów, którzy po pierwszym powodzeniu będą operowani po raz drugi. Wykażemy, że to prawdopodobieństwo jest nie mniejsze od p.

Unikając złożonego formalizmu teorii prawdopodobieństwa w naszych rozważaniach wykorzystamy intuicyjne pojęcie wartości oczekiwanej. Przypuśćmy że społeczność chorych liczy n osób. Należy zatem oczekiwać, że jest $nf_1, nf_2, \ldots$ osób w każdej warstwie. Biorąc pod uwagę prawdopodobieństwa powodzenia stwierdzamy, że należy oczekiwać $nf_1p_1, nf_2p_2, \ldots$ osób w warstwach po operacji, razem np osób. Zatem prawdopodobieństwa przynależności do warstw w społeczności chorych pozostałych po pierwszym sukcesie są równe $f_i^* = \frac{1}{np} nf_ip_i = \frac{1}{p} f_ip_i$, $i = 1, \ldots, L$, a przez analogię do wzoru (2) otrzymujemy nowe prawdopodobieństwo średnie

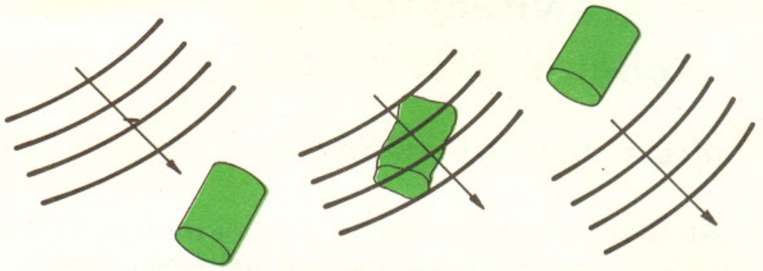
$$p^* = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^{L} f_i p_i^2\,.$$

Zauważmy, że nierówność $p \le p^*$ łatwo udowodnić, bowiem jest ona równoważna oczywistej nierówności

$$p(p^* - p) = \sum_{i=1}^{L} f_i (p_i - p)^2 \ge 0\,,$$

przy czym należy pamiętać o równościach (1) i (2).

Można zapytać, o ile wzrośnie średnia szansa powodzenia po pierwszej operacji.



Rys. 1. Fala grawitacyjna, przenikając przez metalowy cylinder, może wprawić go w drgania. Drgania takie ujawniałyby fakt przebiegu fali. Na takiej zasadzie mógłby działać „teleskop" do obserwacji fal grawitacyjnych.

Otóż, z ruchem orbitalnym ciał niebieskich powinna być związana emisja fal grawitacyjnych. Częstotliwość emitowanego promieniowania wynosi mianowicie 1/(okres obiegu dwóch ciał). Emisja ta zachodzi kosztem energii ruchu tych ciał; konsekwencją tego powinno być zatem systematyczne kurczenie się orbit i skracanie okresu obiegu. W myśl teorii pochodna okresu obiegu P względem czasu jest określona zależnością

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = -\frac{4\pi \mathrm{G}^{5/3}}{\mathrm{c}^5} \left(\frac{P}{2\pi}\right)^{-5/3} (1-e^2)^{-7/2}(1+3e^2) m_1 m_2 (m_1+m_2)^{-1/3}\,,$$

gdzie m_1 i m_2 oznaczają masy obiegających się gwiazd, e zaś jest mimośrodem orbity.

W przypadku omawianego pulsara, gdzie $m_1 = 1{,}44$, $m_2 = 1{,}38$ (w jednostkach masy Słońca) i $e = 0{,}62$, przewidywana teoretycznie wartość pochodnej wynosi

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = -2{,}402 \cdot 10^{-12}\,.$$

Natomiast wartość otrzymana z obserwacji wynosi

$$\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t} = -(2{,}425 \pm 0{,}010) \cdot 10^{-12}\,.$$

Zgodność obserwacji z teorią jest więc znakomita. Rejestrowane przez nas zmiany okresu obiegu składników są niewątpliwie konsekwencją emisji fal grawitacyjnych. Pesymistyczne przypuszczenia Einsteina nie potwierdziły się.

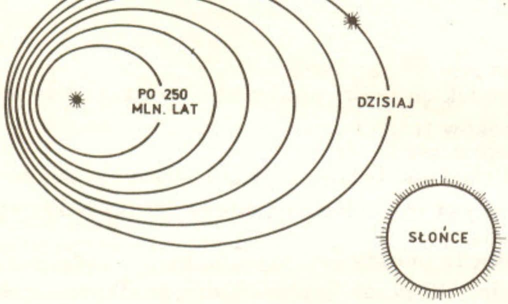
Przytoczonej tu wartości $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}t}$ odpowiada skracanie się okresu obiegu o około $8 \cdot 10^{-5}$ sekundy rocznie. Jest to wartość niewielka i nie byłoby łatwo wykryć ją z bezpośrednich pomiarów okresu (dysponujemy dopiero obserwacjami z kilkunastu lat). Badania wykonuje się tu jednak pośrednio, wykorzystując inne zjawisko. Chodzi o to, iż zmianie okresu obiegu towarzyszą zachodzące na znacznie większą skalę zmiany w momentach przejścia przez punkt peryastronu. Za pomocą tej metody poznać można zmiany okresu obiegu ze znacznie większą dokładnością.

I jeszcze ciekawostka. Skoro orbity kurczą się (w naszym przypadku o 3,5 metra rocznie), to nasuwa się naturalne pytanie, jak długo układ takich dwóch gwiazd będzie istniał. Otóż ten tzw. czas zaniku τ zdefiniowany jest następująco

$$\tau = \frac{\text{energia ruchu orbitalnego}}{\text{moc promieniowania grawitacyjnego}} \approx \frac{\mathrm{c}^5 P^{8/3}}{(GM)^{5/3}}\,.$$

Dla omawianego układu przyszłość nie przedstawia się więc zbyt różowo. W następstwie emisji fal grawitacyjnych najpóźniej za jakieś

300 milionów lat układ z pulsarem PSR 1913+16 przestanie istnieć (rys. 2).



Rys. 2. Orbita pulsara PSR 1913+16 względem gwiazdy towarzyszącej (która jest też gwiazdą neutronową). W następstwie emisji fal grawitacyjnych orbita kurczy się; pokazane są jej rozmiary po upływie kolejnych 50 milionów lat. Dla porównania średnica Słońca jest równa 1 400 000 km. Podkreślmy tu, że średnice pulsara oraz tej drugiej gwiazdy stanowią tylko około 0,00002 średnicy Słońca.

Wytracanie energii ruchu orbitalnego, zachodzące w następstwie emisji fal grawitacyjnych, występuje w każdym układzie obiegających się ciał niebieskich – ale czasy życia są na ogół znacznie dłuższe. Na przykład nasz bliski sąsiad, układ podwójny Syriusza, emituje promieniowanie grawitacyjne o mocy 10^8 W (niewiele to w zestawieniu z promieniowaniem optycznym przeciętnej gwiazdy, na przykład Słońca, równym 10^{26} W); układ ten ma szanse istnienia przez około 10^{22} lat. Fale grawitacyjne emitują, oczywiście, i planety naszego Układu Słonecznego, ale tu moc jest znikoma, jest to zaledwie kilka kilowatów; czas całkowitego skurczenia się Układu Słonecznego byłby najwyżej rzędu 10^{23} lat. Możemy więc spać spokojnie.

Oto przykład. Przypuśćmy, że społeczność chorych składa się z dwóch warstw równolicznych, na przykład po 1000 osób ($f_1 = f_2 = 0{,}5$). Prawdopodobieństwa sukcesu w warstwach niech będą równe $p_1 = 0{,}4$ i $p_2 = 0{,}8$. Prawdopodobieństwo średnie wynosi $p = 0{,}6$. Należy oczekiwać, że po operacji zostanie $400 + 800 = 1200$ osób, dla których średnie prawdopodobieństwo powodzenia wynosi $p^* = 0{,}66\ldots$ Czytelnik zauważy, że przed pierwszą operacją pacjent ma jednakowe szanse należenia do obu warstw; po operacji szanse stają się nierówne: $\frac{400}{1200} = \frac{1}{3}$ i $\frac{800}{1200} = \frac{2}{3}$. Kolejne operacje najszybciej eliminują ze społeczeństwa osoby z warstwy o mniejszym prawdopodobieństwie powodzenia, a więc średnie prawdopodobieństwo powodzenia w ciągu zabiegów zmierza do 0,8.

Czy sukcesy zdarzają się seryjnie? Tak, nielicznym szczęściarzom, jeśli szanse powodzenia są nierówne, bowiem porażki skutecznie eliminują nieszczęsnych z podejmowania większej liczby prób.

Laureatami Nagrody Nobla z fizyki za rok 1993 są odkrywcy pulsara PSR 1913+16 Russel A. Hulse i Joseph H. Taylor z Uniwersytetu Princeton.

Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

M 702. Ile jest podzbiorów zbioru $A = \{1, 2, 3, \ldots, 3n-1, 3n\}$, w których iloczyn wszystkich elementów dzieli się przez 3?
Rozwiązanie na str. 10

M 703. Która z liczb jest większa: 37^{19} czy 19^{24}?
Rozwiązanie na str. 10

M 704. Udowodnić, że dla $m \in \mathbf{N}$ liczba $a = 1000^m - 1$ nie jest dzielnikiem liczby $b = 1994^m - 1$.
Rozwiązanie na str. 7

Redaguje Jarosław KULPA

F 381. Elektron porusza się po okręgu w polu magnetycznym $B = 1$ T. Oszacować, po jakim czasie promień orbity kołowej zmniejszy się dwukrotnie, wiedząc, że cząstka o ładunku q poruszając się z przyspieszeniem a wysyła promieniowanie elektromagnetyczne, którego moc wynosi $P = \frac{2}{3}\frac{kq^2}{c^3}a^2$, gdzie k oznacza stałą z prawa Coulomba.
Rozwiązanie na str. 13

F 382. Pulsary są szybko obracającymi się gwiazdami neutronowymi, których gęstość jest równa gęstości materii jądrowej $\rho \approx 2{,}6 \cdot 10^{17}$ kg/m^3. Najszybszy znany pulsar PSR 1937+214 ma czas obrotu równy 1,56 ms. Oszacować dolną granicę okresu obrotu pulsarów wokół własnych osi.
Rozwiązanie na str. 10