Saneczkarstwo – sport piękny, choć trudny

Bohdan MACUKOW

Chociaż sanki nie są tak popularne jak narty, niemal każdy z nas zjeżdżał z większych czy mniejszych górek. Sport saneczkowy i bobsleje ze względu na widowiskowe walory również cieszą się dużym zainteresowaniem. W Polsce saneczkarstwo jest uprawiane w kilku ośrodkach na południu kraju. Znajdują się tam naturalne tory, których okres użytkowania jest, niestety, bardzo krótki i uzależniony od kaprysów pogody. Budowano je przed laty korzystając z doświadczenia i intuicji trenerów oraz zawodników. Poprawki wprowadzano nieraz metodą prób i błędów. W końcu lat 60. i na początku 70. w krajach przodujących w saneczkarstwie – w Niemczech Wschodnich i Zachodnich oraz Austrii – powstały pierwsze tory sztucznie mrożone. W latach 80. przymierzano się do budowy takiego toru w Polsce, którego, z powodu burz dziejowych, ostatecznie nie zbudowano. Przy projektowaniu torów zaczęto wykorzystywać metody komputerowe umożliwiające symulację przejazdu. Dzięki temu można było wybrać optymalne parametry toru zapewniające bezpieczeństwo zawodników i zachowujące przy tym widowiskowość zawodów. Symulacje komputerowe stały się również pomocne dla zawodników i trenerów w opracowywaniu taktyki ślizgu.

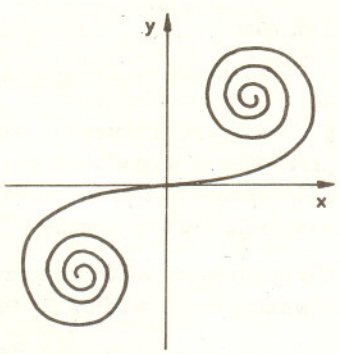
Najistotniejszymi charakterystykami przejazdu są chwilowe prędkości i przyspieszenia, jakich doznaje zawodnik głównie pod działaniem siły odśrodkowej. Przyspieszenia te są ograniczone przez regulaminy do 4 g dla bobslejów i 4,5 g dla sanek (g oznacza przyspieszenie ziemskie). Ważna jest jednak nie tylko maksymalna wartość przyspieszenia, ale jego przebieg w czasie, co wymaga precyzyjnego wyprofilowania wiraży.

Typowy wiraż składa się z dwóch krzywych przejściowych – wejściowej i wyjściowej – oraz, ewentualnie, odcinka łuku o stałym promieniu. Klasycznym rozwiązaniem jest stosowanie klotoid jako krzywych przejściowych. Podczas przejazdu po klotoidzie ze stałą prędkością następuje liniowa zmiana przyspieszenia (odśrodkowego).

Klotoida (inaczej: spirala Cornu) – krzywa płaska, której krzywizna (zorientowana) jest proporcjonalna do długości (liczonej od ustalonego punktu – na rysunku od 0), a zatem zmienia się liniowo wraz z przebywaną drogą. Jej równania parametryczne są następujące

$$(x(t), y(t)) = \left(\int_0^t \cos \frac{ks^2}{2} \mathrm{d}s, \int_0^t \sin \frac{ks^2}{2} \mathrm{d}s \right),$$

gdzie stała k jest parametrem odróżniającym różne klotoidy (jest to wspomniany wyżej współczynnik proporcjonalności). Nie są to wzory proste, więc w praktyce (np. w kolejnictwie) jako krzywe wprowadzające w zakręt i wyprowadzające z zakrętu używane są linie mające kształt wykresu $y = x^3$.



Rozważane są również krzywe przejściowe, przy których mamy logarytmiczną zmianę siły. Zapewnia to liniową zmianę obciążenia odczuwaną przez zawodnika (prawo Webera–Fechnera).

Prawo Webera–Fechnera – empiryczna reguła z pogranicza fizjologii i psychologii orzekająca, że **liniowa** zmiana **odczuwania** bodźca odpowiada **wykładniczej** zmianie jego **intensywności**. Prawo to stanowi zasadę decydującą o sposobie konstruowania urządzeń sterujących sprzętem audiowizualnym.

Enigmat Gemingi rozwiązany!

Kazimierz STĘPIEŃ

Czym jest Geminga?

Z wyglądem nocnego nieba usianego gwiazdami jesteśmy oswojeni od dzieciństwa – znamy najjaśniejsze gwiazdy i tworzone przez nie charakterystyczne układy nazywane gwiazdozbiorami. Trudno wyobrazić sobie, by nasze niebo wyglądało zupełnie inaczej. Ale przecież oko ludzkie reaguje na promieniowanie elektromagnetyczne z bardzo wąskiego przedziału długości fal, obejmującego zaledwie około 300 nm (nanometr – jedna miliardowa metra), między 400 i 700 nm. Zakres ten nazywamy widzialnym. A jak wyglądałoby niebo oglądane okiem czułym na zupełnie inny zakres promieniowania? W przypadku promieniowania o długości fali krótszej niż 300 nm odpowiedź do niedawna była trywialna – oglądane z powierzchni Ziemi niebo jest w tych długościach fal czarne (czy może ściślej – szare) i nie ma na nim żadnych gwiazd. Po prostu, atmosfera ziemska nie przepuszcza promieniowania krótkofalowego. By móc sensownie obserwować niebo w tych falach, niezbędne jest wyniesienie odbiornika promieniowania poza atmosferę. Systematyczne obserwacje w zakresie krótkich fal elektromagnetycznych prowadzimy dopiero od lat 70., gdy nauczyliśmy się umieszczać odbiorniki na sztucznych satelitach. Patrząc spoza atmosfery na niebo oczami czułymi tylko na ultrafiolet rozpoznalibyśmy jeszcze większość znanych nam z zakresu widzialnego gwiazd, choć zmieniłaby się ich hierarchia jasności. Ale niebo rentgenowskie, obserwowane w zakresie od 0,1 do 10 nm, wygląda już zupełnie inaczej. Jedna z najjaśniejszych gwiazd naszego nieba, Wega, jest rentgenowsko tak słaba, że z trudem rejestrują ją najczulsze odbiorniki. Z drugiej strony, najjaśniejszym źródłem rentgenowskim (poza, oczywiście, Słońcem) jest słabiutka gwiazda 13. wielkości, optyczny odpowiednik źródła Sco X-1. Jest to układ podwójny składający się z chłodnej gwiazdy podobnej do Słońca i gwiazdy neutronowej, na którą spada materia z drugiego składnika i rozgrzewając się podczas spadku świeci intensywnie w zakresie rentgenowskim. Drugim najjaśniejszym na niebie źródłem rentgenowskim jest mgławica Krab, w której środku znajduje się pojedyncza gwiazda neutronowa – pulsar.

W miarę postępu techniki opanowywano umiejętność budowy odbiorników czułych na coraz to szersze zakresy widma elektromagnetycznego. Jednym z ciekawszych był zakres promieniowania gamma. Rozciąga się on na fale o długości

mniejszej niż 0,1 nm. Zamiast długości fali częściej używa się w tym zakresie jednostek energetycznych, tzn. energii, jaką niesie ze sobą pojedynczy foton odpowiadający fali o długości λ. Wynosi ona $E = h\nu = hc/\lambda$, gdzie c jest prędkością światła, ν częstotliwością fali, a h stałą Plancka. Długości fali równej 0,1 nm odpowiada energia nieco ponad 0,1 MeV (megaelektronowolt = milion eV).
Tę wartość można zatem też uznać za granicę oddzielającą promieniowanie rentgenowskie od gamma. Rejestrowanie promieni gamma jest zadaniem nieprostym. Typowy kwant gamma ma energię 100 000 do 1 000 000 razy większą niż kwant optyczny, a prowadzimy obserwacje również kwantów gamma o energiach setek GeV, czyli jeszcze około 100 000 razy większych. Kwanty gamma są bardzo przenikliwe, więc zamiast np. odbić się od zwierciadła teleskopu i skupić w jego ognisku, przeszłyby przez nie swobodnie. Do ich obserwacji musimy zatem stosować zupełnie inne techniki. W obecnie używanych instrumentach obserwujemy je wykorzystując układ komór scyntylacyjnych lub iskrowych, w których przechodzący kwant wywołuje błysk optyczny lub wtórną kaskadę cząstek. Rejestrując następnie te zjawiska możemy odtworzyć kierunek i energię pierwotnego kwantu. Musimy przy tym nastawić się na rejestrację nawet pojedynczych kwantów – spodziewamy się ich przecież znacznie mniej niż w zakresie widzialnym.

Gdy na początku lat 70. umieszczono odbiornik promieniowania gamma na satelicie SAS-2, zarejestrował on podczas siedmiu miesięcy działania około 8 000 kwantów, z czego tylko część pochodziła ze źródeł punktowych. Wśród nich dwa najintensywniejsze zostały łatwo zidentyfikowane jako pulsary – pierwszy (jaśniejszy) to wspomniany już pulsar w Krabie, drugi – to inny pulsar, w gwiazdozbiorze Vela. Trzeciemu najjaśniejszemu źródłu nie odpowiadał na niebie żaden „podejrzany" obiekt. Trzeba tu jednak podkreślić, że dokładność wyznaczenia położenia źródła promieniowania gamma na niebie była podówczas dość niska i w przedziałach niepewności tego położenia można było znaleźć wiele słabych gwiazdek. Próby identyfikacji zagadkowego źródła gamma na drodze optycznej, radiowej czy wreszcie rentgenowskiej nie przynosiły definitywnego rozstrzygnięcia. Nazwano je GEMINGA. Nawet ta nazwa stała się elementem zagadki. Jedni twierdzili, że jest to po prostu złożenie nazwy gwiazdozbioru, w którym je odkryto, (Gemini, czyli Bliźnięta) i słowa gamma. Inni zauważyli, że geminga po włosku (w dialekcie mediolańskim) znaczy tyle co, „tego tam nie ma" i lansowali tę, bardziej romantyczną, interpretację.

Pełny opis ruchu sanek czy bobslejów po torze jest bardzo złożony i wymaga wprowadzenia wielu stopni swobody. Po licznych próbach i porównaniach okazało się jednak, że całkiem dobry opis uzyskuje się w najprostszym modelu o jednym stopniu swobody, w którym zawodnika z sankami przedstawia się jako punkt materialny. Dalej przedstawiamy oddzielnie opis jego ruchu wzdłuż i w poprzek osi toru.

W przypadku ruchu podłużnego, który przyjmujemy za zgodny z osią x, mamy następujące równanie wyrażające drugą zasadę dynamiki Newtona

$$m\ddot{x} = mg\sin\alpha - P_x - F_T\,,$$

gdzie m jest masą obiektu, α kątem nachylenia toru do poziomu, P_x siłą oporu aerodynamicznego, a F_T siłą tarcia płóz o powierzchnię lodu. Kropka oznacza pierwszą, a dwie kropki – drugą pochodną względem czasu. Przyjmuje się zwykle, że siła oporu jest proporcjonalna do powierzchni S przekroju prostopadłego do kierunku ruchu, kwadratu prędkości $\dot{x}$ i gęstości powietrza ρ. A zatem

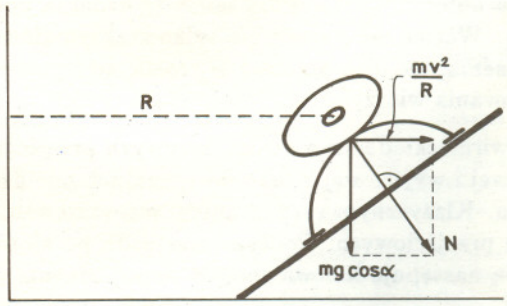
$$P_x = C_x\rho S\dot{x}^2\,.$$

Wprowadzono tutaj dobierany doświadczalnie bezwymiarowy czynnik C_x, wyrażający zależność oporu aerodynamicznego od kształtu poruszającego się obiektu.

Siłę tarcia wybrano w postaci

$$F_T = N\mu\,,$$

gdzie μ jest współczynnikiem tarcia dobieranym na podstawie pomiarów, N zaś siłą nacisku uwzględniającą siłę ciężkości i siłę odśrodkową (rys. 1).



Rys. 1

Tak więc

$$N = m\sqrt{g^2\cos^2\alpha + \frac{\dot{x}^4}{R^2}}\,,$$

z R będącym promieniem wirażu. Zakłada się prawidłowy przejazd, przy którym wypadkowa siły nacisku grawitacyjnego i siły odśrodkowej jest prostopadła do powierzchni toru. Wówczas nie następują poślizgi boczne.

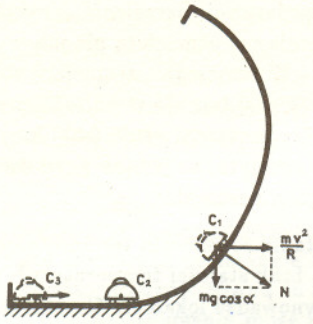
Uwzględniwszy omówione czynniki otrzymujemy następujące równanie ruchu wzdłuż osi toru

$$\ddot{x} = g\sin\alpha - \frac{C_x\rho S}{m}\dot{x}^2 - \mu\sqrt{g^2\cos^2\alpha + \frac{\dot{x}^4}{R^2}}\,.$$

Rozwiązując je numerycznie znajdujemy jako funkcje czasu: przebieg $x(t)$, prędkość $\dot{x}(t)$ oraz przyspieszenie $\ddot{x}(t)$.

Ruch w płaszczyźnie prostopadłej do toru analizujemy w modelu zilustrowanym na rysunku 2. Jak poprzednio, załogę wraz z sankami przedstawiamy jako punkt materialny, na którego ruch nakłada się więzy kinematyczne wynikające z geometrii poprzecznego przekroju

toru. Ponieważ przekrój ten zmienia się z długością toru, w naszym modelu zmienia się on w czasie. Symulacje wykazały, że przy rozważaniu ruchu poprzecznego można przyjąć prędkość wzdłuż toru jako stałą. Ze względu na niewielkie prędkości poprzeczne można również zaniedbać siłę tarcia i oporu aerodynamicznego w ruchu poprzecznym. Dzięki temu analiza znacznie się upraszcza.



Rys. 2

Przedstawiony powyżej model ruchu sanek zastosowano do analizy ślizgów na starym, nie używanym już torze ziemnym w Mikuszowicach koło Bielska Białej. Symulacje wykazały, że na jednym z wiraży zawodnicy powinni doznawać przyspieszenia dochodzącego aż do 6 g przy dużej prędkości. Okazało się, że rzeczywiście wiraż ten był miejscem wielu niebezpiecznych wywrotek.

Model wykorzystano również przy projektowaniu toru sztucznie mrożonego. Niestety, jak już wspomniałem, projekt ten nie doczekał się realizacji. Może w przyszłości....

Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

M 699. Udowodnić, że w dowolnym czworokącie wypukłym o polu P i obwodzie L można umieścić pewien okrąg o promieniu P/L.
Rozwiązanie na str. 15

M 700. P jest pewnym wielomianem o współczynnikach całkowitych. Wiadomo, że liczby $P(0)$ i $P(1)$ są nieparzyste. Czy P może mieć pierwiastki całkowite?
Rozwiązanie na str. 16

M 701. Udowodnić, że istnieje taka liczba a, dla której równanie

$$[x\sqrt[3]{x}] + [y\sqrt[3]{y}] = a$$

ma przynajmniej 1994 różne rozwiązania (x, y) w liczbach naturalnych.
Rozwiązanie na str. 14

Redaguje Jarosław KULPA

F 379. Obliczyć maksymalne natężenie oświetlenia na jednej z plaż nad Bałtykiem w bezchmurny dzień na początku lata. Szerokość geograficzna wybrzeża jest równa $\phi = 54°$, zwrotnik Raka ma szerokość geograficzną $\phi_0 = 23°$.
Dane dotyczące Słońca: wydajność fotometryczna $\eta = 7,55$ cd/W, promień $R = 696$ tys. km, efektywna temperatura powierzchni $T = 5780$ K, odległość Ziemi od Słońca $r = 159$ mln km.
Rozwiązanie na str. 10

F 380. Obliczyć stosunek oświetleń powierzchni Ziemi w dzień i w noc księżycową podczas pełni przy tej samej przejrzystości nieba oraz przy tej samej wysokości Księżyca, jak i Słońca, nad horyzontem. Promień Księżyca $R = 1738$ km, odległość Księżyca od Ziemi $r = 384$ tys. km, albedo (stosunek energii odbitej do padającej) $a = 0,07$.
Rozwiązanie na str. 10

Gdy w latach 80. prowadzono intensywne obserwacje pola Gemingi za pomocą satelity rentgenowskiego Einstein, wykryto słabe źródło promieni X, które w parę lat później zidentyfikowano z bardzo słabą gwiazdą 25. wielkości gwiazdowej. Takie gwiazdy były do niedawna w ogóle niedostępne obserwacjom, nawet przy użyciu największych istniejących teleskopów. Dopiero najnowsze osiągnięcia w dziedzinie zwiększania czułości detektorów pozwoliły na zarejestrowanie światła przychodzącego z tak nikłych źródeł. Wysunięto sugestię, że wykryty rentgenowsko i optycznie obiekt to Geminga. Ale, jeżeli tak, to stosunek energii promieniowanej w dziedzinie gamma do energii w dziedzinie X musi wynosić co najmniej 1000, a z kolei jasność energetyczna w dziedzinie X jest też około 1000 razy większa niż w zakresie optycznym! Innymi słowy, obiekt promieniuje praktycznie wyłącznie w wysokoenergetycznym zakresie gamma z zaniedbywalnym dodatkiem w innych przedziałach widmowych. Nie znamy drugiego kosmicznego źródła promieniowania o tak osobliwym rozkładzie energii.

Pulsary w Krabie i Veli są bardzo młode – wskazują na to zarówno ich krótkie okresy rotacji (0,033 s i 0,089 s), jak i bardzo szybkie jej spowalnianie. Wiek pulsarów, obliczony z podzielenia okresu rotacji przez tempo spowalniania, wynosi około 1000 lat dla pulsara w Krabie i około 200 000 lat dla pulsara w Veli. Tempo rozszerzania się mgławicy Krab wskazuje, że powstała ona również około 1000 lat temu. W starych kronikach znaleziono zapis o obserwacjach bardzo jasnej gwiazdy w 1054 r., w miejscu, gdzie obecnie znajduje się Krab. Przyjmujemy zatem, że wtedy właśnie nastąpił wybuch supernowej, po którym pozostał pulsar i szybko rozszerzająca się mgławica. Definitywnym dowodem na to, że obserwowane w tym kierunku źródło promieni gamma to pulsar, było stwierdzenie występowania zmian strumienia promieniowania gamma dokładnie z tym samym okresem, z jakim zmienia się strumień optyczny, radiowy i rentgenowski pulsara (rys. 1).

Podobna sytuacja występuje w przypadku pulsara w Veli. Można więc przyjąć za udowodniony obserwacyjnie fakt, że młode pulsary promieniują intensywnie w zakresie gamma. Wysunięto zatem przypuszczenie, że Geminga to też młody pulsar. Przez wiele lat była to jednak tylko hipoteza, na słuszność której brakowało przekonujących dowodów.

Decydujący dowód znaleziono dopiero mniej więcej rok temu. Historia jego odkrycia jest następująca. W marcu 1991 r. wykonano szereg