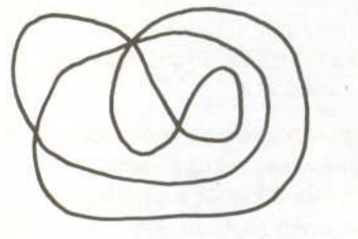
mała delta

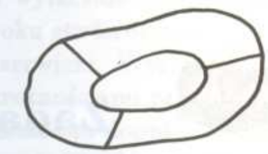
Na cztery, a czasem na dwa



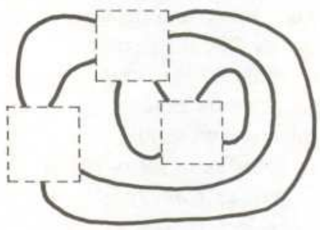
Rys. 2a

W 1852 roku Francis Guthrie – student Londyńskiego University College zaobserwował (lecz nie potrafił tego udowodnić), że każdą mapę można tak pomalować czterema kolorami, aby sąsiednie państwa były różnych kolorów. Sąsiednie, czyli takie państwa, które stykają się wzdłuż linii, a nie w pojedynczych punktach.

Na rysunku 1 mamy przykład mapy, której nie można pomalować trzema kolorami (dlaczego?).



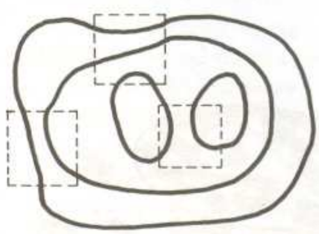
Rys. 1



Rys. 2b

Francis przedstawił swój problem bratu, który też nie mogąc poradzić sobie z nim zapytał profesora, na którego wykłady uczęszczał. Wkrótce potem wielu wybitnych matematyków zainteresowało się tym problemem, lecz nikt nie potrafił go rozwiązać. Tak zrodziła się słynna hipoteza czterech barw.

Hipoteza ta została w końcu udowodniona w 1976 roku przez Kennetha Appela i Wolfganga Hakena. Ich dowód wymagał użycia komputera do sprawdzenia wielu tysięcy bardzo skomplikowanych przypadków, tylu, że nie ma możliwości sprawdzenia tego dowodu za pomocą kartki i długopisu – tak jak zwykli to czynić matematycy. Jest on po prostu zbyt długi.



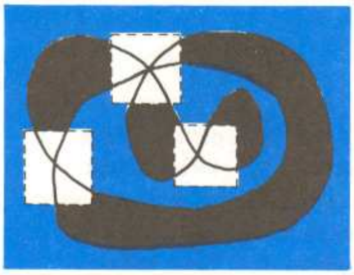
Rys. 2c

My zajmiemy się teraz mapami, które można pomalować dwoma kolorami. Pokażemy, jak od ręki można bez zastanowienia rysować bardzo skomplikowane mapy i mieć pewność, że da się je pomalować za pomocą dwóch barw. Od ręki..., a raczej od jednego ruchu ręki. Udowodnimy mianowicie następujące twierdzenie

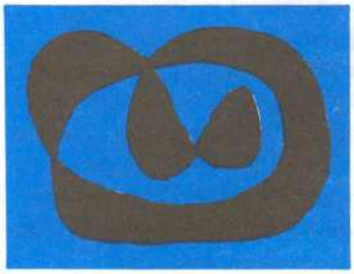
Jeżeli w wierzchołkach schodzi się zawsze parzysta liczba państw, to taką mapę można pomalować za pomocą dwóch barw.

Rys. 2d

Jeżeli na kartce papieru bez odrywania długopisu narysujemy dowolną krzywą zamkniętą z samoprzecięciami, przy czym jeżeli podczas rysowania będziemy dbać o to, aby rysowana linia na żadnym odcinku nie nachodziła na siebie, to otrzymamy mapę spełniającą założenia twierdzenia.



Rys. 2e



Rys. 2f

Kilka tak otrzymanych map pokolorowanych dwiema barwami, a więc w „szachownicę” zdobi tu i ówdzie niniejszy numer *Delty*.

Przystąpmy teraz do dowodu. Rozważmy dowolną mapę spełniającą założenia twierdzenia (rys. 2a). Następnie każde ze skrzyżowań przykryjmy małym skrawkiem papieru (rys. 2b). Teraz linie urywają się po dojściu do brzegu papierków. Ponieważ liczba krzywych dochodzących do brzegu danego papierka jest parzysta, więc możemy je połączyć w pary. Połączmy tak owe pourywane linie, aby się nie przecinały (rys. 2c). Zróbmy to na jeden, dowolnie wybrany sposób spośród wielu możliwych. Otrzymamy układ nie przecinających się krzywych zamkniętych – takich zdeformowanych okręgów. Łatwo zauważyć, że tak otrzymaną nową mapę można pomalować na dwa kolory: dowolnie wybrane (nowe) państwo malujemy jednym kolorem, jego sąsiadów drugim, sąsiadów sąsiadów pierwszym itd. Łatwo zauważyć, że nie dojdziemy do sytuacji, w której sąsiednie państwa przyjdzie nam malować tym samym kolorem. Po pomalowaniu usuńmy karteczki (rys. 2 d, e). Zostaną niezamalowane fragmenty. Teraz już jest oczywiste, że owe fragmenty można zamalować we właściwy sposób (rys. 2f).

Udowodnione przed chwilą twierdzenie ma zastosowanie w teorii węzłów, ale to już całkiem inna historia.

Małą Deltę przygotował Piotr ***HAJŁASZ***

Odcinek dla poczty	Odcinek dla posiadacza rachunku	Potwierdzenie dla wpłacającego
Zł	Zł	Zł ....
słownie złotych	słownie złotych	słownie złotych
adres wpłacający	Dokładny adres wpłacający	Dokładny adres wpłacający ....
na r-k AMOS	na r-k AMOS	na r-k AMOS
nazwa 01-506 Warszawa ul. Szenwalda 1	Dokładna nazwa 01-506 Warszawa ul. Szenwalda 1	Dokładna nazwa 01-506 Warszawa ul. Szenwalda 1
nazwa banku PKO VIII O/W-wa	nazwa banku PKO VIII O/W-wa	nazwa banku PKO VIII O/W-wa
Nr r-ku 1586-77578-136	Nr r-ku 1586-77578-136	Nr r-ku 1586-77578-136
stempel .... podpis przyjmującego	stempel .... podpis przyjmującego	stempel .... podpis przyjmującego
Pobrano opłatę zł	Pobrano opłatę zł	Pobrano opłatę zł ....