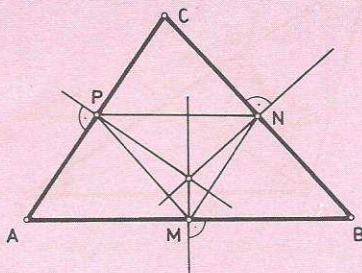
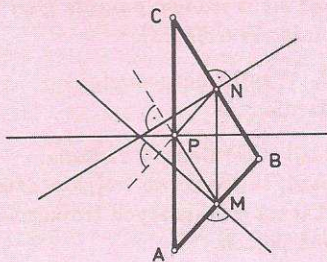


Symetralne te są dla tego trójkąta wysokościami, które na podstawie faktu 3 przecinają się w jednym punkcie. ■



Rys. 8



Rys. 9

W podobny sposób można uzasadnić i inne fakty, np.

Fakt 5. Proste łączące wierzchołki trójkąta z punktami styczności okręgu wpisanego przecinają się w jednym punkcie (zwanym punktem Gergonne'a).

Fakt 6. Proste łączące wierzchołki trójkąta z punktami styczności okręgów dopisanych przecinają się w jednym punkcie (zwanym punktem Nagela).

Wiele z zaprezentowanych tu twierdzeń doczekało się różnorodnych przeformułowań i uogólnień. Ich poznanie może być interesujące. Ponadto fakty 3 i 4 można uzasadnić w oparciu o inne twierdzenie, „podobne” do twierdzenia Cevy:

Twierdzenie 4. Prostopadłe opuszczone z punktu leżącego w płaszczyźnie trójkąta na proste zawierające jego boki wyznaczają na nich sześć takich odcinków, że suma kwadratów długości trzech spośród nich, które nie mają wspólnych końców, równa jest sumie kwadratów długości trzech pozostałych.

Dowód. Niech OP , OM , ON będą prostopadłymi opuszczonymi z dowolnego punktu O odpowiednio na proste zawierające boki AB , BC , CA (rys. 10). Wówczas

$$|AO|^2 - |AP|^2 = |BO|^2 - |BP|^2,$$

czyli

$$|AP|^2 - |BP|^2 = |AO|^2 - |BO|^2.$$

Nowe zastosowania kryształów w fizyce wysokich energii

W fizyce wysokich energii powszechnie wykorzystuje się wiązki rozprędzonych cząstek elementarnych, np. protonów, antyprotonów, elektronów do badania struktury materii i praw rządzących w mikroświecie. Często po przyspieszeniu cząstek należy je wyprowadzić z akceleratora i doprowadzić wiązkę do miejsca, gdzie wykonuje się doświadczenia z ich udziałem. W tym celu używa się zwykle magnesów, które mogą zakrzywić tor lotu cząstek naładowanych na skutek działania siły Lorentza $F = qv \times B$, gdzie q jest ładunkiem elektrycznym cząstki, v – jej prędkością, a B natężeniem pola magnetycznego. Odchylenia toru szybkiej cząstki nawet o niewielki kąt wymaga bardzo silnych i długich magnesów. Na przykład, aby odchylić protony o energii $E = 450$ GeV (dla porównania energia spoczynkowa protonu wynosi $mc^2 = 0,938$ GeV, gdzie $1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$) o kąt $7,4$ miliradiana, używa się magnesu wytwarzającego pole magnetyczne o natężeniu dwóch tesli (T) i długości około 6 m.

Od pewnego czasu prowadzone są doświadczenia nad wykorzystaniem kryształów do odchylenia toru wysokoenergetycznych cząstek. Zjawisko leżące u podstaw tych zastosowań nosi nazwę kanałowania cząstek (*channeling*). Jak wiadomo, w kryształach istnieją dobrze określone płaszczyzny i osie atomowe. Okazuje się, że jony (lub inne cząstki elementarne) padające na kryształ pod małym kątem do tych płaszczyzn lub osi są kanałowane, to znaczy ich tory są wymuszane przez układ płaszczyzn lub osi atomów, a głębokość penetracji jonów w kryształach jest znacznie większa niż w ośrodkach amorficznych. Na tego typu możliwość zwracał uwagę J. Stark już w 1912 r.! (co, jak widać, zostało stwierdzone doświadczalnie dopiero po ponad 50. latach).

Kanałowanie odegrało istotną rolę w początkowej fazie badań nad implantacją jonów w kryształach i przyczyniło się do rozwoju technologii półprzewodników. Obecnie kanałowanie wykorzystywane jest w wielu dziedzinach nauki i techniki. W artykule tym omawiamy jedynie nowe możliwości zastosowań kryształów w oparciu o zjawisko kanałowania w fizyce wysokich energii.

Jeśli ruch cząstek w kryształach jest wymuszany przez układ płaszczyzn i osi atomów, to wyginając kryształ w odpowiedni sposób można regulować tor cząstek. Ten pomysł został po raz pierwszy zrealizowany w 1984 r. W Instytucie Fizyki Wysokich Energii (IHEP) w Sierpuchowie koło Moskwy i w Laboratorium Fermiego (FERMILAB) koło Chicago udało się odchylić wiązki naładowanych cząstek za pomocą kryształu krzemu o kąty 60 – 80 miliradianów. Niestety, efektywność pierwszych prób była niewielka, rzędu 10^{-4} , to znaczy średnio jedna na 10^4 cząstek została odchylna pod żądanym kątem. Istotny postęp osiągnięto w 1989 r. w laboratorium CERN w Genewie. W doświadczeniu zastosowano kryształ krzemu o wymiarach 4 cm długości i $0,9$ mm grubości do odchylenia wiązki protonów o energii 450 GeV o kąt $7,4$ miliradiana. Uzyskano więc ten sam efekt, który przy konwencjonalnych wiązkach wymaga sześciometrowego magnesu! Tym razem, dzięki bardzo dobrej kolimacji cząstek padających na kryształ uzyskano efektywność 15% , co oznacza, że metoda ta może być wykorzystana w praktyce.

Oprócz tych zastosowań kryształy mogą być również używane do ogniskowania wiązek cząstek elementarnych o wysokich energiach. Zademonstrował to w 1991 r. zespół fizyków z Sierpuchowa, a pomysł polegał na uformowaniu tylnej ścianki kryształu w kształcie łuku. Cząstki kanałowane w różnych częściach (płaszczyznach) kryształu są zginane pod różnym kątem, co prowadzi w efekcie do ogniskowania wiązki. W doświadczeniu użyto kryształu w postaci płytki płytki krzemowej o wymiarach $2 \times 15 \times 70$ mm, wygiętej o 24 miliradiany, z tylną ścianką. Jak na razie efekt ogniskowania uzyskano w jednym wymiarze, ogniskując wiązkę 10^7 protonów o szerokości 2 mm, z rozrzutem kątowym $\pm 0,1$ miliradiana, do wiązki o szerokości 0,2 mm w odległości 3,5 metra od kryształu. Końcowa intensywność wiązki wynosiła $3 \cdot 10^5$ protonów.

Najnowsze doświadczenia przeprowadzone w ośrodku FERMILAB pod koniec ubiegłego roku wykazały, że w zakrzywionych kryształach możliwa jest również precesja magnetyczna cząstek elementarnych. Wiele cząstek elementarnych ma momenty magnetyczne związane z wewnętrznym momentem pędu – spinem. Cząstka poruszająca się z dużą prędkością w wewnętrznym polu elektrycznym kryształu „odczuwa” silne pole magnetyczne. Pole magnetyczne „stara się” ustawić momenty magnetyczne cząstek, a tym samym i spiny, równoległe do pola. Wywołuje to precesję, to znaczy obrót spinu wokół kierunku pola magnetycznego (tak samo, jak pole grawitacyjne powoduje obrót osi wirującego bąka wokół pionu). W doświadczeniu wykorzystano dwa kryształy krzemu o długości 45 mm zagięte o $0,1^\circ$ i zaobserwowano obrót o około 60° momentów magnetycznych cząstek pochwyconych w kanał. Efektywne pole magnetyczne w kryształach wynosiło 45 T.

Standardowo momenty magnetyczne cząstek stabilnych, takich jak proton, są mierzone w laboratoriach techniką rezonansową: momenty magnetyczne protonów ustawione w zewnętrznym polu magnetycznym można odwrócić dobierając dodatkowe pole. Niestety, te tradycyjne techniki rezonansowe nie dają się zastosować do wysoce niestabilnych cząstek, takich jak hiperony Σ . Jeżeli hiperon jest produkowany w reakcji jądrowej ze spinem skierowanym wzdłuż określonego kierunku, przyłożone pole magnetyczne działające wzdłuż innego kierunku spowoduje precesję spinu. Ten efekt wykorzystuje się do pomiaru momentu magnetycznego hiperonu Σ , który, choć krótkożyłowy, żyje jednak dostatecznie długo, aby precesja spinu uwidoczniła się w rozkładach kątowych produktów rozpadu.

Doświadczenie w FERMILAB-ie jest mało precyzyjnym pomiarem momentu magnetycznego, otwiera nowe możliwości pomiaru momentu magnetycznego cząstek rozpadających się 1000 razy szybciej niż hiperon Σ : barionów powabnych (*charm*) i pięknych (*beauty*). Znajomość tych momentów pozwoli uzyskać ważne informacje o kwarkach powabnych i pięknych, będących składnikami tych barionów.

Na podstawie artykułów zamieszczonych w *CERN Courier* z maja 1990 r., listopada 1991 r. i stycznia/lutego 1993 r. opracowała

Maria KRAWCZYK

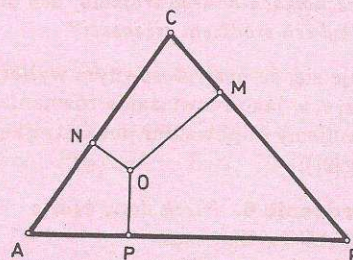
Analogicznie

$$\begin{aligned} |BM|^2 - |CM|^2 &= |BO|^2 - |CO|^2, \\ |CN|^2 - |AN|^2 &= |CO|^2 - |AO|^2. \end{aligned}$$

Dodając te równości stronami otrzymujemy

$$\begin{aligned} |AP|^2 + |BM|^2 + |CN|^2 &= \\ &= |BP|^2 + |CM|^2 + |AN|^2. \blacksquare \end{aligned}$$

Metodą nie wprost łatwo udowodnić twierdzenie odwrotne.



Rys. 10

Twierdzenie 5. Jeżeli trzy punkty leżące na prostych zawierających boki trójkąta tak wyznaczają sześć odcinków, że suma kwadratów trzech spośród nich, nie mających wspólnych końców, równa jest sumie kwadratów trzech pozostałych odcinków, to te trzy punkty są rzutami pewnego punktu na proste zawierające boki trójkąta.

Stąd jako wnioski otrzymujemy trzy znane już fakty:

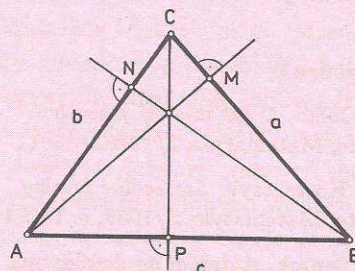
Symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Proste zawierające wysokości trójkąta przecinają się w jednym punkcie.

Dowód. Przypadek symetralnych jest oczywistym wnioskiem z twierdzenia 5. Zajmijmy się teraz wysokościami. Mamy (rys. 11)

$$\begin{aligned} |BP|^2 - |AP|^2 &= a^2 - b^2, \\ |CM|^2 - |BM|^2 &= b^2 - c^2, \\ |AN|^2 - |CN|^2 &= c^2 - a^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Stąd } |AP|^2 + |BM|^2 + |CN|^2 &= \\ &= |BP|^2 + |CM|^2 + |AN|^2. \blacksquare \end{aligned}$$



Rys. 11

Zwróćmy jeszcze uwagę na „mechaniczną” interpretację kilku punktów szczególnych trójkąta jako środków mas punktów