

Siła Coriolisa

Zygmunt AJDUK

Czy tor swobodnie spadającej metalowej kulki pokrywa się z linią pionu wyznaczoną przez zwisający ciężarek?

Okazuje się, że nie. Przy spadku z wysokości 100 m (na szerokości geograficznej Polski) spadająca kulka uderzy o około 1,5 cm na wschód od miejsca wyznaczonego metodą ciężarka i linki. Różnica jest niewielka, ale jest. Co jest tego przyczyną?

Przyczyną odchylenia jest siła Coriolisa. Układ odniesienia związany z obracającą się Ziemią nie jest układem inercyjnym i do opisu ruchu ciał w układach nieinercyjnych, oprócz działających na dane ciało sił \vec{F} ze strony innych ciał, należy uwzględnić jeszcze siły bezwładności \vec{F}_{bezw} . Równanie Newtona

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

obowiązujące w układzie inercyjnym, trzeba zastąpić przez

$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{bezw}.$$

Dla układu nieinercyjnego obracającego się ze stałą prędkością kątową $\vec{\omega}$ siły bezwładności mają postać

$$\vec{F}_{bezw} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}'.$$

Pierwszy człon w tym wzorze to dobrze znana z codziennego doświadczenia siła odśrodkowa. Doznajemy jej, gdy wiozący nas pojazd znajduje się na zakręcie. Siła odśrodkowa powoduje odchylenie od pionu łańcucha z krzeselkiem na obracającej się karuzeli i usuwa wodę z mokrej bielizny w zbiorniku wirówki. W szkoleniu pilotów i kosmonautów siła odśrodkowa wykorzystywana jest do wytwarzania sztucznej grawitacji o różnym natężeniu.

Drugi człon to właśnie siła Coriolisa. Odkrył ją Gustave Coriolis (1792–1843), fizyk i inżynier francuski. Siła Coriolisa pojawia się wtedy, gdy ciało porusza się względem układu nieinercyjnego. Nie odczuwamy jej więc siedząc w autobusie. Trzeba się w nim poruszać w momencie brania zakrętu, aby odczuć jej działanie. Wyraźnie odczuwają ją aktorzy grający na obracającej się scenie (np. w czasie przedstawienia *Metra*) i trzeba się do niej przyzwyczaić, aby prawidłowo się poruszać. Siła Coriolisa jest bowiem „dziwna”: działa w kierunku prostopadłym do płaszczyzny wyznaczonej przez wektory $\vec{\omega}$ i \vec{v}' . Zależy też od sinusa kąta między tymi wektorami.

Aby lepiej zrozumieć siłę Coriolisa, rozpatrzmy prosty przykład: ruch toczącej się kulki po poziomej kartce papieru. Możemy kulkę pomalować farbą, żeby zostawiła na kartce ślad toru. W układzie inercyjnym kulka będzie poruszać się ruchem jednostajnym prostoliniowym z prędkością \vec{v}_0 i jej położenie można opisać wzorami:

$$x = v_0 t, \quad y = y_0$$

w układzie inercyjnym Oxy , gdzie oś x została wybrana równoległe do \vec{v}_0 . Połóżmy teraz kartkę na obracającym się talerzu gramofonu i puśćmy kulkę tak samo, jak poprzednio. Kulka zostawi teraz ślad taki, jak na rysunku 1. Możemy łatwo znaleźć równania opisujące ten ruch. Układ związany z kartką obraca się ze stałą prędkością kątową i związki między współrzędnymi x i y w nieruchomym układzie Oxy a współrzędnymi x' i y' w układzie $Ox'y'$ na obracającej się kartce mają postać

$$\begin{aligned}x' &= x \cos \omega t + y \sin \omega t, \\y' &= -x \sin \omega t + y \cos \omega t.\end{aligned}$$

W układzie nieinercyjnym tor ma więc postać

$$\begin{aligned}x' &= v_0 t \cos \omega t + y_0 \sin \omega t, \\y' &= -v_0 t \sin \omega t + y_0 \cos \omega t.\end{aligned}$$

Kierunek prędkości kątowej $\vec{\omega}$ jest prostopadły do płaszczyzny obrotu, zwrot – zgodny z regułą śruby prawoskrętnej, a wartość – równa ilorazowi 2π przez okres pełnego obrotu.

Wielkości primowane mierzone są względem obracającego się układu odniesienia.

Łatwo sprawdzić, że powyższe równania są rozwiązaniami równań ruchu postaci:

$$\vec{a} = \vec{0} \quad \text{i} \quad \vec{a}' = -\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}') - 2\vec{\omega} \times \vec{v}' ,$$

gdzie wektor $\vec{\omega}$ jest skierowany prostopadle do kartki papieru. Gdyby występowała jedynie siła odśrodkowa, to kulka znacznie szybciej oddalałaby się od osi obrotu kartki. Gdyby działała wyłącznie siła Coriolisa, to kulka poruszałaby się po okręgu (działanie siły Coriolisa jest podobne do działania siły Lorentza na ładunek q w polu magnetycznym o indukcji $\vec{B} = 2m\vec{\omega}/q$). Złożenie obu sił daje tor przedstawiony na rysunku.

Siła Coriolisa związana z ruchem obrotowym Ziemi jest stale obecna w naszym życiu. Ziemia obraca się z prędkością kątową $\omega = 2\pi/\text{doba}$, bardzo małą dla typowej skali czasowej zjawisk w życiu codziennym. Równanie ruchu ciała przy powierzchni Ziemi ma postać

$$m\vec{a}' = m\vec{g}_0 - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times (\vec{R} + \vec{r}')) - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' ,$$

gdzie \vec{g}_0 jest natężeniem pola grawitacyjnego, a \vec{R} jest wektorem położenia początku układu nieinercjalnego na powierzchni Ziemi mierzonego od środka Ziemi. Dla ruchów bliskich powierzchni Ziemi część siły odśrodkowej związana z \vec{r}' jest zanedbywalnie mała. Pierwsze dwa człony w powyższym równaniu definiują lokalną siłę ciężkości $m\vec{g} = m\vec{g}_0 - m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{R})$ na powierzchni Ziemi i przybliżone równanie ruchu ma postać

$$m\vec{a}' = m\vec{g} - 2m\vec{\omega} \times \vec{v}' .$$

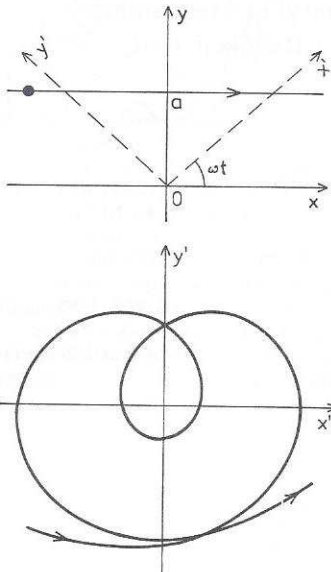
Powróćmy do przykładu swobodnie spadającego kamienia. Ponieważ wartość ω jest mała, to wystarczy ograniczyć się do wyrazów pierwszego rzędu.

Wstawiając do równania $\vec{v}' = \vec{g}t$ dla spadku z zerową prędkością początkową, dostajemy

$$\vec{r}' = \vec{r}_0 + \vec{g}t^2/2 - \vec{\omega} \times \vec{g}t^3/3 .$$

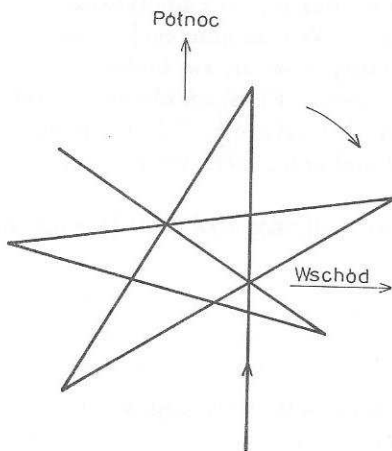
Ostatni wyraz to przejaw działania siły Coriolisa. Dla swobodnego spadku wyraz ten ma zwrot na wschód. Z punktu widzenia obserwatora w układzie inercjalnym interpretacja odchylenia spadającego kamienia na wschód jest inna. Odchylenie spowodowane jest tym, że kamień spadając z pewnej wysokości miał nieco większą prędkość ku wschodowi związaną z ruchem obrotowym Ziemi niż znajdujący się pionowo pod nim punkt powierzchni Ziemi. Wobec tego w czasie spadku przesunie się ku wschodowi względem powierzchni Ziemi.

W czasie ruchu ciał po powierzchni Ziemi na półkuli północnej ciała zbaczają w prawo od kierunku ruchu, a na półkuli południowej w lewo. Ze względu na powolny obrót Ziemi odchylenia spowodowane siłą Coriolisa są małe i można je wyraźnie obserwować tylko przy dużych prędkościach ruchu (np. przy ruchu pocisków artyleryjskich lub rakiet) lub w przypadku ruchów długo trwających. Dla samochodu o masie 1000 kg i prędkości 100 km/h siła Coriolisa wynosi tylko kilka niutonów, ale dla rakiety o zasięgu 1000 km odchylenia nią spowodowane mogą być rzędu 10 km. Siła Coriolisa powoduje podmywanie prawych brzegów rzek na półkuli północnej i lewych na południowej (prawo Baera) oraz wywołuje skręcanie prądów morskich i wiatrów, np. pasatów. W cyklonach na półkuli północnej wiatry okrążają obszar niskiego ciśnienia z lewej strony, a na południowej – z prawej (prawo Buys-Ballota). W przypadku wahadła na powierzchni Ziemi siła Coriolisa powoduje powolny obrót płaszczyzny jego wahań (w kierunku wschodnim na półkuli północnej) z częstością $\omega \sin \varphi$ (gdzie φ jest szerokością geograficzną), czyli na terenie Polski z okresem około 30 godzin. Fakt ten wykorzystał w 1851 r. Leon Foucault do bezpośredniej demonstracji obrotu Ziemi, zawieszając w tym celu w paryskim Panteonie wahadło o długości 67 m. Mamy nadzieję, że Czytelnik łatwo zrozumie przyczynę obrotu płaszczyzny drgań wahadła z punktu widzenia układu inercjalnego, zwłaszcza jeśli rozpatrzy na początek wahadło umieszczone na biegunie Ziemi.



Rys. 1. Ruch tego samego punktu materialnego obserwowany w układzie inercjalnym i nieinercjalnym.

Przykład ten jest też dobrą ilustracją względności ruchu: ruch, który w jednym układzie odniesienia jest bardzo prosty, może wyglądać skomplikowanie w innym układzie.



Rys. 2. Rozetka zakreślona przez wahadło Foucaulta na półkuli północnej (szkie odpowiadający dużej prędkości kątowej Ziemi).