Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

M 673. Udowodnić, że dla dowolnego parametru $k \in \mathbf{R}$ krzywa o równaniu

$$x^4 + kx^3y - 6x^2y^2 - kxy^3 + y^4 = 0$$

dzieli okrąg $x^2 + y^2 = 1$ na osiem równych części.

Rozwiązanie na str. 7

M 674. Udowodnić, że proste łączące środki skośnych krawędzi czworościanu foremnego przecinają się pod kątem prostym.

Rozwiązanie na str. 7

M 675. Rozwiązać (najlepiej w pamięci!) układ równań

$$\begin{cases} x + y + z + t = 7 \\ y + z + t + s = -1 \\ z + t + s + x = 1 \\ t + s + x + y = 2 \\ s + x + y + z = 3 \end{cases}$$

Rozwiązanie na str. 7

Redaguje Jarosław KULPA

F 361. W równoległym strumieniu światła umieszczamy kulę o danym promieniu. Kiedy działa na nią większa siła: czy gdy jest doskonale czarna, czy też gdy idealnie odbija promieniowanie?

Rozwiązanie na str. 6

F 362. Pewna galaktyka stanowi soczewkę grawitacyjną, co oznacza, że promienie światła po przejściu przez nią zostają skupione. Prędkości gwiazd w zewnętrznych partiach tej galaktyki wynoszą 250 km/s, tyle samo, co prędkość Słońca w ruchu wokół jądra naszej Galaktyki. Promień galaktyki jest czterokrotnie mniejszy od promienia Drogi Mlecznej i wynosi $r = 100\,000$ lat świetlnych. Obliczyć ogniskową tej galaktyki wiedząc, że kąt ugięcia promieni będzie opisywany takim samym wzorem, jak ugięcie promieni w pobliżu gwiazd, mianowicie $\alpha = \dfrac{4GM}{c^2 r}$, gdzie M jest masą galaktyki.

Rozwiązanie na str. 6