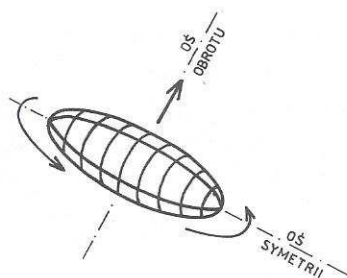
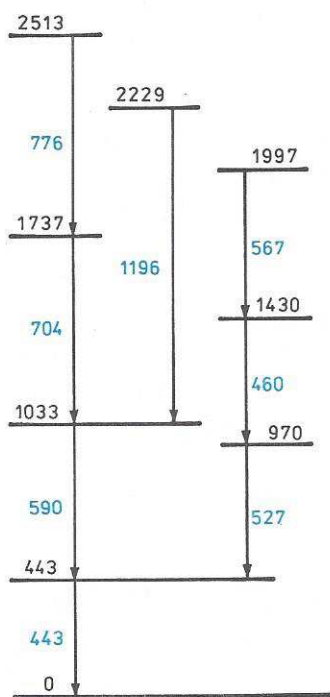


# Spektroskopia jądrowa (fotony w fizyce jądrowej)

Krzysztof STAROSTA



Rys. 1



Rys. 2. Fragment schematu poziomów jądra  $^{128}\text{Xe}$  z zaznaczonymi energiami poziomów. Kolorem zaznaczono energie przejść gamma. Wszystkie energie wyrażone są w keV.



**Rozwiązanie zadania M. 662.** Niech  $n$  oznacza liczbę małych trójkątów,  $l$  zaś – liczbę ich boków położonych wewnątrz dużego trójkąta. Spośród wszystkich  $3n$  boków  $n$  małych trójkątów 3 boki są jednocześnie bokami dużego trójkąta, a pozostałe leżą w jego wnętrzu, więc każdy z nich liczymy dwukrotnie (bo jest wspólny dla dwóch sąsiednich małych trójkątów). Zatem

$$\frac{3n - 3}{2} = l$$

jest liczbą całkowitą, czyli  $n$  musi być nieparzyste.

Mimo że od odkrycia E. Rutherforda upłynęło ponad 80 lat, jądro atomowe cieszy się niesłabnącym zainteresowaniem fizyków. Opis obiektu zbudowanego z wielu nukleonów (protonów i neutronów) stawia przed fizyką teoretyczną trudne, lecz zarazem bardzo interesujące problemy. Podstawowa trudność wynika właśnie z liczby składników jądra. Choć mechanika kwantowa (czyli mechanika mikroświata) radzi sobie z wieloma skomplikowanymi problemami, to jednak w jej ramach nie potrafimy dokładnie rozwiązać problemu wielu oddziałujących ciał (nie potrafi tego także mechanika klasyczna!). Kluczem do poznania jądra stały się więc „modele” przyjmujące założenia oparte na fizycznej intuicji i upraszczające rachunki. Jednym z takich modeli jest model rotatora traktujący jądro jako obracającą się bryłę sztywną kształtem przypominającą np. cygaro lub dysk (rys. 1). Energia związana z obrotem takiej bryły jest dana wzorem znanym z kursu mechaniki klasycznej

$$(1) \quad E = \frac{L^2}{2J},$$

gdzie  $L$  jest momentem pędu, a  $J$  momentem bezwładności jądra liczonym względem osi obrotu. Zgodnie z mechniką kwantową uzyskujemy wzór bardzo podobny, w którym kwadrat klasycznego momentu pędu zastępujemy wyrażeniem

$$(2) \quad L^2 = I(I + 1) \left( \frac{h}{2\pi} \right)^2,$$

gdzie  $h$  jest stałą Plancka, a  $I$  spinem, czyli miarą wewnętrzznego momentu pędu jądra. Spin jest wielkością skwantowaną, więc może przyjmować tylko ściśle określone wartości, np. dla jąder o parzystej liczbie nukleonów przyjmuje wartości całkowite  $I = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ . Tak więc (oznaczając  $h/2\pi$  jako  $\hbar$ ) mamy

$$(3) \quad E = \frac{\hbar^2}{2J} I(I + 1), \quad I = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

W powyższym wzorze bardzo interesujący dla fizyka jest parametr  $J$ . Moment bezwładności silnie zależy od rozkładu masy obracającej się bryły, a rozkład masy zależy przecież od wewnętrznej budowy obiektu. Zmierzony moment bezwładności to bardzo cenna informacja o wewnętrznej strukturze jądra, pozwala np. wyznaczyć stosunek długości do maksymalnej średnicy „cygara” lub grubości do średnicy „dysku”, a więc pozwala poznać kształt jądra.

Aby wyznaczyć moment bezwładności, musimy znać energie jądra oraz momenty pędu (patrz wzór (3)). Takich informacji dostarcza eksperyment. Metodą doświadczalną stosowaną do wyznaczania energii stanów jądra jest spektroskopia jądrowa, tzn. analiza energetyczna widm promieniowania elektromagnetycznego uzyskanych z obserwacji danego obiektu. Wyniki badań spektroskopowych odegrały bardzo istotną rolę w nowoczesnej fizyce. Interpretacja widm wodoru przyczyniła się do rozwoju mechaniki kwantowej. Spektroskopia wykorzystuje fakt istnienia w układach kwantowo-mechanicznych poziomów o dobrze określonej energii. Przykładem może być znany ze szkoły model atomu Bohra, gdzie elektron porusza się po ściśle określonych orbitach, dla których przyjmuje dokładnie określone energie. W modelu rotującego jądra stan jest określony przez wartość momentu pędu, a energię stanu opisuje przytoczony wzór (3). Pomiedzy stanami możliwe są przejścia. Aby spełnione było prawo zachowania energii, przejściu towarzyszy emisja lub absorpcja fotonu (czyli promieniowania elektromagnetycznego) o energii równej różnicy energii poziomów (mówi o tym drugi postulat Bohra). W przypadku atomu wodoru fotony niosą energię kilka bądź kilkanaście elektronowoltów; należą więc do części widzialnej promieniowania elektromagnetycznego. W przypadku jądra atomowego energie fotonów są około milion razy większe. Zadaniem eksperymentatora jest zmierzenie energii fotonów i odtworzenie schematu poziomów, np. takiego, jak na rysunku 2. Wnioski, jakie teoretycy potrafili wysnuć z analizy schematów, przedstawia w bardzo interesujący sposób artykuł J. Dobaczewskiego i W. Nazarewicza *O obrotach ciał niewielkich* (*Delta 2*, 4/1988).

Dynamiczny rozwój spektroskopii jądrowej rozpoczął się w latach sześćdziesiątych. Znalaziono wtedy nową metodę dokładnego i łatwego pomiaru energii wysokoenergetycznego fotonu (czyli promieniowania gamma). O ile widma atomów przypadające w części widzialnej promieniowania analizuje się metodami optycznymi (za pomocą siatek dyfrakcyjnych lub pryzmatów), to aby zmierzyć energię kwantu gamma, należy użyć bardziej wyrafinowanych metod.



### Rozwiązanie zadania F 353.

Energia obrotowa bryły sztywnej

dana jest wzorem  $E = \frac{I\omega^2}{2}$ , gdzie  $I$  jest momentem bezwładności, dla kuli wynoszącym  $\frac{2}{5}MR^2$ , zaś

$\omega = \frac{2\pi}{T}$  jest prędkością kątową.

Stąd  $E = \frac{1}{5} \frac{MR^2 \cdot 4\pi^2}{T^2}$ . Moc  $P$  jest pochodną czasową energii:

$$P = \left| \frac{dE}{dt} \right| = \frac{1}{5} \frac{MR^2 4\pi^2}{T^3} \cdot 2 \cdot \frac{dT}{dt}$$

Podstawiając  $\frac{dT}{dt} = 0,0016$  s/stulecie otrzymujemy

$$P = 3,0 \cdot 10^{13} \text{ W, oraz } \frac{P_0}{P} = \frac{1}{2}$$

Wynika stąd, że ludzkość zużywa mniej energii niż wydziela się w trakcie przyływów i odpływów.



### Rozwiązanie zadania F 354.

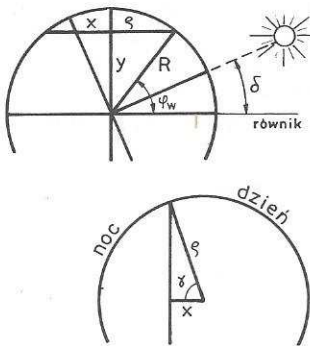
Niech  $\vec{\omega} = (\omega \cos \alpha, 0, \omega \sin \alpha)$  wyznacza położenie osi ziemskiej, a  $\vec{r} = (r \cos \Omega(t-t_0), r \sin \Omega(t-t_0), 0)$  jest wektorem łączącym Ziemię ze

Słońcem ( $t_0 = 172, \Omega = \frac{2\pi}{365}$ ). Kąt  $\delta$  określający wysokość Słońca nad

równikiem (tj. deklinację) możemy znaleźć z iloczynu skalarnego  $\vec{\omega} \cdot \vec{r} =$

$= \omega \cdot r \cos(\pi/2 - \delta) = r\omega \cos \alpha \cos \Omega(t-t_0)$ . Stąd  $\delta = \pi/2 - \arccos(\cos \alpha \cos \Omega(t-t_0))$ .

Warszawa obiega oś ziemską po okręgu o promieniu  $\rho = R \cos \varphi_w$ , gdzie  $R$  jest promieniem Ziemi. Płaszczyzna prostopadła do promieni słonecznych dzieli ten okrąg na sferę dnia i nocy.



Na podstawie rozważań trygonometrycznych znajdujemy:

$$y = R \sin \varphi_w, x = y \cdot \operatorname{tg} \delta,$$

$$\text{Stąd } \cos \gamma = x/\rho = \operatorname{tg} \varphi_w \operatorname{tg} \delta,$$

$$\gamma = \arccos(\operatorname{tg} \varphi_w \operatorname{tg} \delta). \text{ Kąt } 2\gamma \text{ określa}$$

długość nocy, stąd kąt  $2\pi - 2\gamma$

określa długość dnia. Długość dnia

w godzinach jest równa

$$\tau = \frac{\pi - \gamma}{\pi} \cdot 24.$$

Dla 1 września ( $t = 244$ ) mamy  $\tau = 13$  godzin 17 minut (13 godz

37 min według kalendarza). W naszym

rachunku poprawki związane

z rozmiarami Słońca, ugięciem promieni

w atmosferze oraz eliptycznym

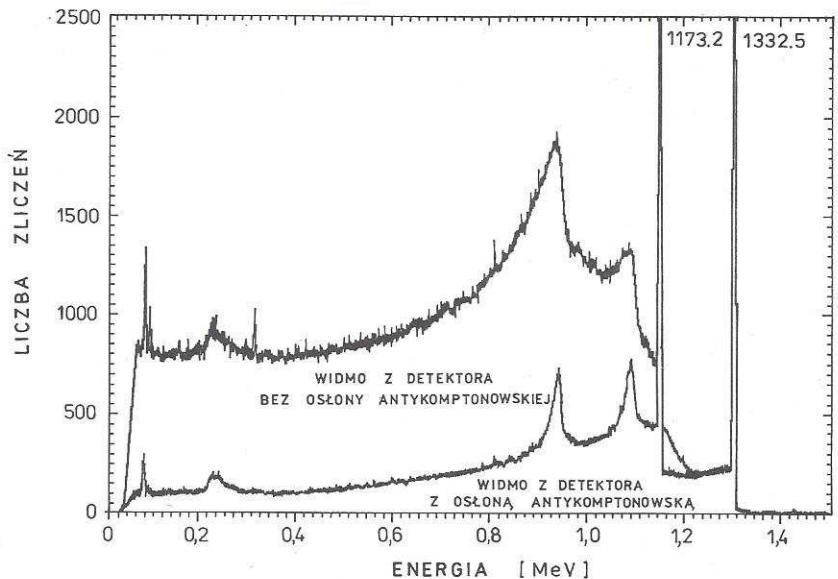
kształtem orbity ziemskiej nie zostały

uwzględnione.

Nie potrafimy rejestrować kwantów gamma bezpośrednio. Jak wiadomo ze szkoły, foton nie ma ładunku. Nie potrafimy więc zaobserwować toru fotonu tak, jak to ma miejsce w przypadku cząstek naładowanych, które poruszając się np. zostawiają ślad w specjalnych emuljach. Nie można zagiąć toru fotonu w polu magnetycznym, by wyznaczyć jego energię z pomiaru krzywizny toru. Foton oddziałuje z materią jedynie w procesie zderzeń, np. zderzeń z lekkimi cząstkami – elektronami. Możliwa jest jedynie pośrednia obserwacja fotonu poprzez rejestrację elektronu po zderzeniu. Przy obecnym stanie techniki rejestracja elektronu, dobrze nam znanej cząstki naładowanej, nie jest trudna.

Przyrządami obecnie najdokładniej mierzącymi energie kwantów gamma są germanowe detektory półprzewodnikowe, których najistotniejszym elementem jest kryształ germanu. Detektor przypomina dużą diodę półprzewodnikową spolaryzowaną w kierunku zaporowym. Całość chłodzi się ciekłym azotem. W niskiej temperaturze przez półprzewodnik nie płynie prąd, gdyż wszystkie nośniki znajdują się w paśmie podstawowym. Gdy kwant gamma wpadnie do detektora, może zderzyć się z elektronem przekazując mu całą swoją energię i zniknąć. fZachodzi tu znane ze szkoły zjawisko fotoelektryczne. Elektron poruszając się w kryształach jonizuje atomy, czyli wyrывa z nich elektrony. Wyrывa ich tym więcej, im wyższą ma energię. Wytworzone w ten sposób nośniki umożliwiają krótkotrwały przepływ prądu przez diodę. Natężenie tego prądu jest proporcjonalne do energii kwantu gamma. Mierzmy więc energię fotonów mierząc natężenie prądu! Dokładność pomiaru energii jest obecnie bardzo dobra – kwant o energii 1000 keV mierzymy z dokładnością 0,1 keV.

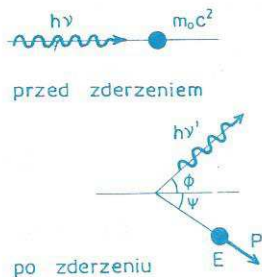
Tak dobry detektor, chociaż spowodował szybki postęp w badaniach, miał jednak bardzo poważną wadę. Otóż, w detektorze bardzo często obok zjawiska fotoelektrycznego ma miejsce tzw. efekt Comptona. W wyniku zjawiska Comptona elektronowi przekazana jest tylko część energii fotonu, który nie znikną, lecz zmienia kierunek lotu. Elektron z oczywistych przyczyn uzyska mniej energii w wyniku zjawiska Comptona niż w zjawisku fotoelektrycznym. Co gorsza, elektrony wybite w zjawisku Comptona mają różne energie zależne od kierunku rozproszenia fotonu (patrz notatka poniżej). Dlatego w widmie zmierzonych energii oprócz silnego, bardzo wysokiego pików odpowiadającego całkowitemu przekazowi energii w wyniku zjawiska fotoelektrycznego, pojawi się szerokie rozmyte „tło” odpowiadające przekazowi energii w wyniku efektu Comptona. Informację o energii fotonów daje nam położenie pików (rys. 3), tło zaś nie niosące istotnej informacji utrudnia pomiary, szczególnie słabych linii.



Rys. 3. Porównanie widm pochodzących z detektorów z osłoną i bez osłony antykomptonowskiej. Linie odpowiadające energiom 1173 i 1332 keV w obu przypadkach są takie same, redukcji ulega tło pochodzące od zjawiska Comptona.

Zjawisko Comptona to rozpraszanie fotonów na elektronach. Fotonowi przypisuje się energię  $h\nu$  i pęd  $h\nu/c$  ( $c$  – prędkość światła). Zakładamy, że elektron przed zderzeniem z fotonem spoczywa. Jego energia wynosi wtedy  $m_0c^2$ , w wyniku zaś rozproszenia uzyskuje energię  $E$  i pęd  $p$ . Równanie zachowania energii ma postać

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + E,$$



a równania zachowania pędu

$$\frac{h\nu}{c} = \frac{h\nu'}{c} \cos \phi + p \cos \psi, \quad 0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p \sin \psi.$$

W powyższych wzorach  $\nu'$  oznacza częstotliwość promieniowania rozproszonego,  $\phi$  i  $\psi$  – kąty rozproszenia (rysunek obok). Równania te można rozwiązać obliczając zmianę długości fali fotonu (a więc także częstotliwości i energii)  $\lambda = c/\nu$  w zależności od kąta rozproszenia  $\phi$ . Pomocny jest przy tym relatywistyczny związek pędu z całkowitą energią elektronu

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4.$$

Pamiętając, że energia fotonu jest dana wzorem  $E = h\nu = hc/\lambda$ , otrzymujemy

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = hc \left( \frac{1}{E'} - \frac{1}{E} \right) = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi),$$

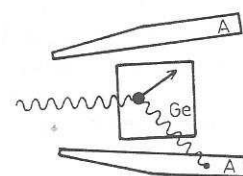
gdzie  $\lambda'$  to długość fali fotonu rozproszonego,  $\Delta\lambda$  zaś jest zmianą długości fali.

Z efektem Comptona poradzono sobie w bardzo sprytny sposób. Otoczono detektor germanowy innym dużym detektorem (zwanym osłoną antykomptonowską), który bardzo efektywnie wykrywa wpadające do niego kwanty  $\gamma$ . Z tak skonstruowanej pułapki rzadko który foton wychodzi niezauważony. Wyobraźmy sobie, że do detektora germanowego wpadł kwant, który został zarejestrowany dzięki efektowi Comptona. Rozproszony w wyniku tego zjawiska foton wyleci z kryształu germanu i trafi do otaczającej go osłony, gdzie zostanie zarejestrowany (rys. 4). W takim przypadku zostaną uruchomione dwa detektory: germanowy i osłona. Komputer zbierający dane nie rejestruje zdarzeń, gdy zadziałają osłony. W ten sposób do analizy wybieramy zdarzenia, w których rejestrujemy całą energię fotonu, znacznie redukując tło. Rysunek 3 przedstawia widmo z detektora germanowego z osłoną i bez osłony antykomptonowskiej.

W pierwszych eksperymentach wykorzystywano jeden detektor germanowy. Rozszyfrowanie schematu poziomów na podstawie jednego tylko widma jest jednak dość trudne. Zaczęto więc używać dwóch, a potem większej liczby detektorów rejestrujących fotony w koincydencji.

Pomiary koincydencyjne polegają na nałożeniu na układ zbierania danych pewnych warunków czasowych. Układ rejestruje tylko te zdarzenia, w których jednocześnie do co najmniej dwóch detektorów wpadły i zostały zarejestrowane kwanty gamma. W rzeczywistości jednoczesność oznacza odstęp czasu mniejszy niż około 50 ns ( $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$ ). Aby zrozumieć wartość takiego pomiaru, przyjrzyjmy się schematowi z rysunku 1. Widzimy na nim poziomy, przez które przechodzi jądro ze stanu o wysokiej do najniższej energii. Każdej z takich kaskad towarzyszy szybko następująca po sobie emisja kilku kwantów gamma. Pomiar koincydencyjny sprawia, że mierzymy energię kwantów, które wystąpiły „jeden za drugim”. Możemy więc przyporządkować je tej samej kaskadzie. Z naszego schematu wynika, że gdybyśmy powtórzyli pomiary dla jądra  $^{128}\text{Xe}$ , to w koincydencji z kwantem o energii 776 keV (rys. 2) pojawią się, między innymi, kwanty o energiach 443, 590 i 704 keV. Eksperymentalne widmo koincydencyjne, w którym widać ten efekt, przedstawia rysunek 5.

Rys. 4a. Jeżeli przekaz energii zachodzi na skutek zjawiska fotoelektrycznego, zadziała jedynie detektor germanowy. Komputer rejestruje takie zdarzenia. Ge oznacza kryształ germanu, A – detektory osłony antykomptonowskiej.



Rys. 4b. Gdy przekaz energii zachodzi na skutek zjawiska Comptona, zadziała detektor germanowy i detektor osłony antykomptonowskiej. Komputer nie rejestruje takich zdarzeń.



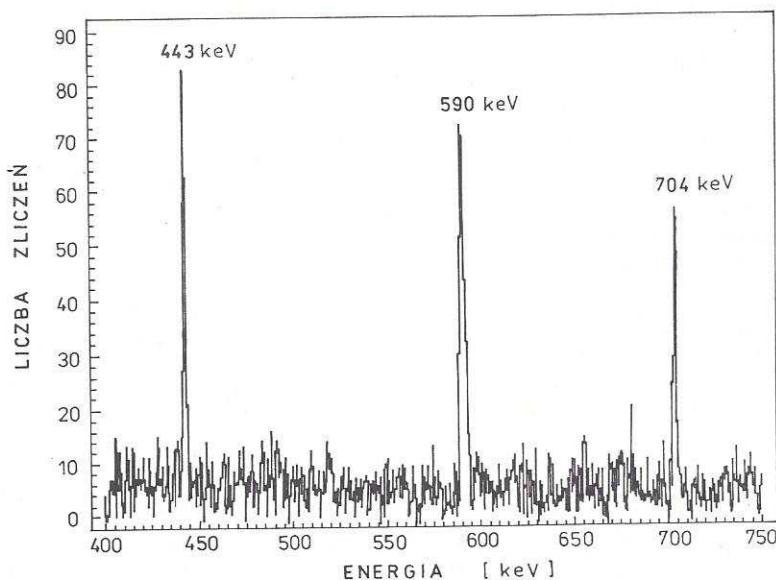
**Rozwiązanie zadania M. 661.**  
Rozpatrzmy iloczyn pięciu kolejnych liczb naturalnych

$$(a-2)(a-1)a(a+1)(a+2);$$

przynajmniej jeden z czynników jest podzielny przez 3 oraz jeden czynnik jest podzielny przez 5. Ponadto  $a-2$ ,  $a$  oraz  $a+2$  są trzema kolejnymi liczbami parzystymi; przynajmniej jedna z nich dzieli się przez 4, a każda z dwóch pozostałych – przez 2. Ponieważ  $a-1$ ,  $a+1$  są liczbami pierwszymi, większymi od 10, więc nie dzieli się one ani przez 3, ani przez 5, skąd liczba

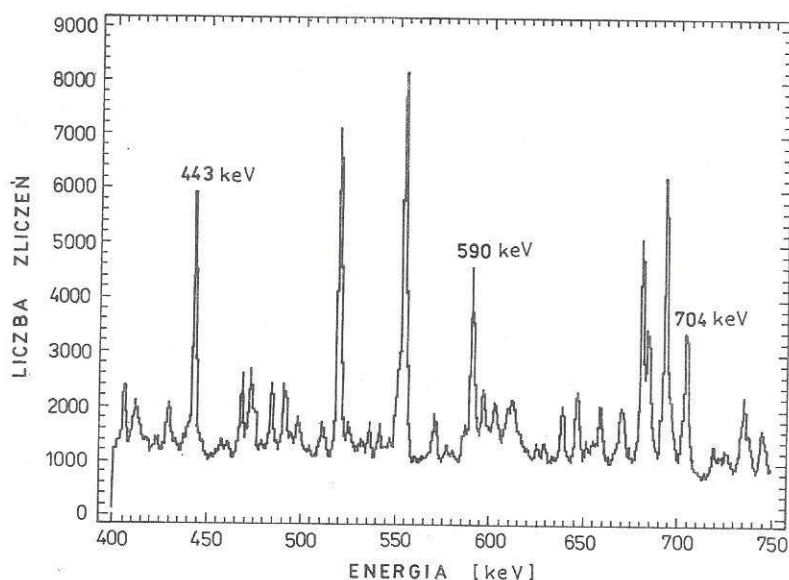
$$a^3 - 4a = (a-2)a(a+2)$$

musi dzielić się przez  $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 2 = 240$ .



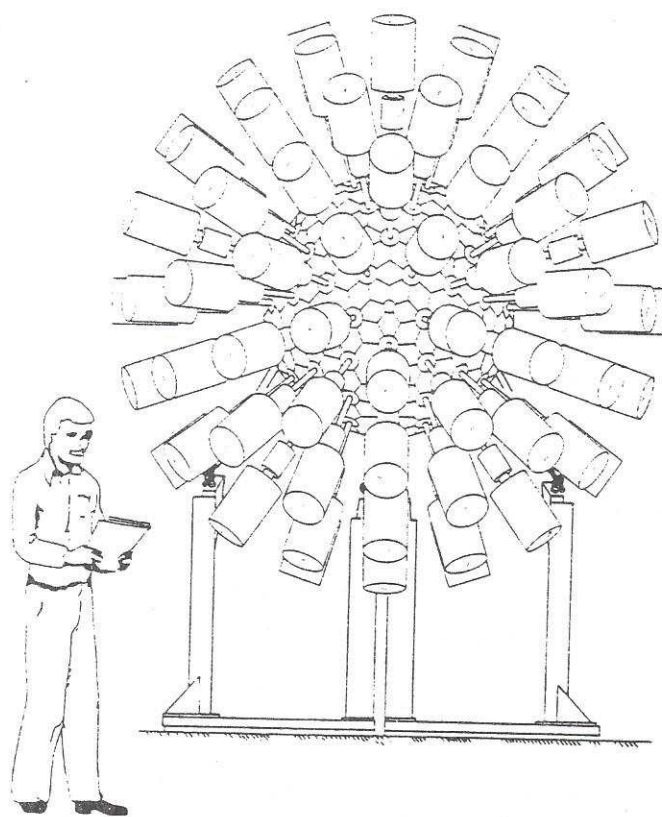
Rys. 5. Widmo koincydencyjne z kwantem o energii 776 keV.

W typowym eksperymencie wzbudzamy jądro do stanu o wysokiej energii i rejestrujemy widma koincydencyjne. Gdybyśmy nie mierzyli koincydencji, otrzymalibyśmy jedno widmo z gęstwiną linii. Pomiar koincydencji pozwala uzyskać kilka widm, w których występują jedynie kwanty z danej kaskady. Jeśli chcą Państwo docenić koincydencje, proszę porównać rysunek 5 z rysunkiem 6.



Rys. 6. Widmo kwantów gamma zarejestrowane bez warunków koincydencji. Zawiera ono wszystkie możliwe linie pochodzące z jądra.

Rozwój układów eksperymentalnych stosowanych w spektroskopii jądrowej idzie w kierunku zwiększenia liczby detektorów: Obecne układy składają się z kilkunastu, a projektowane i budowane są zestawy zawierające od kilkudziesięciu do ponad stu detektorów germanowych (rys. 7 i na tylnej okładce). Właśnie wzrost liczby detektorów umożliwił pomiar wielu istotnych parametrów charakteryzujących budowę jądra. Znacznym sukcesem było zauważenie kilka lat temu zjawiska superdeformacji w jądrze  $^{152}\text{Dy}$  za pomocą układu 16 detektorów zwanego TESSA. Zmierzone momenty bezwładności (patrz początek artykułu) wykazały, że jądro w stanach superzdeformowanych ma kształt silnie wydłużonej elipsoidy („cygara”), o stosunku osi 2 : 1. Nie byłoby w tym może nic dziwnego, gdyby nie fakt, że dla innych znanych nam jąder stosunek długości do średnicy nie przekracza 1,3. Zaobserwowanie superdeformacji było zarówno sukcesem teorii jądra, która przewidziała to zjawisko wiele lat wcześniej, jak również doświadczenia, w którym potrafiono zmierzyć bardzo rzadki efekt (na 1000 produkowanych jąder  $^{152}\text{Dy}$  zaledwie kilka jest superzdeformowanych). Liczymy na to, że za pomocą układów nowej generacji (takich, jak na rys. 7) uda się zaobserwować przewidzianą przez teoretyków hiperdeformację, czyli jądra o stosunku osi 3 : 1. Układy te pozwolą zaobserwować wiele bardzo słabych efektów. Umożliwią obserwacje bardzo szybko wirujących jąder w pobliżu granicy, przy której jądro na skutek rotacji rozszczepia się na fragmenty. Na pewno zbadanie jąder w stanach dotychczas niedostępnych naszej obserwacji przyczyni się do głębszego poznania ich struktury, a co za tym idzie, do konfrontacji modeli teoretycznych z doświadczeniem. Fizycy jądrowi liczą więc na pojawienie się w najbliższym czasie danych o nowych, ciekawych, nie obserwowanych dotąd zjawiskach.



Rys. 7. Projekt amerykańskiego układu wielu detektorów. GAMMASPHERE ma składać się ze 110 detektorów. Badane jądro znajdujące się wewnątrz kuli jest ze wszystkich stron otoczone detektorami.