



### Rozwiązanie zadania F 352.

Niech  $v_Z$  oznacza prędkość obrotową Ziemi, a  $v$  – prędkość podróży. Przyspieszenie odśrodkowe pierwszego podróznego jest równe

$$a_1 = \frac{(v_Z - v)^2}{R},$$

drugiego zaś

$$a_2 = \frac{(v_Z + v)^2}{R}.$$

Dla tradycyjnych środków podróży  $a_1$  i  $a_2$  są znacznie mniejsze od przyspieszenia ziemskiego  $g$ . Czasy podróży wskazywane przez zegary będą proporcjonalne do okresów drgań wahadeł

$$t_1 \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g - a_1}},$$

$$t_2 \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g - a_2}},$$

gdzie  $L$  oznacza długość wahadła. Stąd

$$\begin{aligned} \frac{t_1}{t_2} &= \sqrt{\frac{g - \frac{(v+v_Z)^2}{R}}{g - \frac{(v-v_Z)^2}{R}}} = \\ &= \sqrt{\frac{1 - \frac{(v+v_Z)^2}{gR}}{1 - \frac{(v-v_Z)^2}{gR}}}. \end{aligned}$$

Dokonyjmy rozwinięcia  $\sqrt{\frac{1-x_1}{1-x_2}} \approx$

$\approx 1 + \frac{x_2}{2} - \frac{x_1}{2}$  dla małych wartości  $x_1$  i  $x_2$ . Stąd

$$\frac{t_1}{t_2} = -\frac{2v_Z v}{gR} + 1.$$

Cznacząc  $t_2 - t_1 = \Delta t$  otrzymujemy

$$\frac{\Delta t}{t_2} = \frac{2v_Z v}{gR}, \quad v_Z = \frac{2\pi R}{T}, \quad T = 24 \text{ h}.$$

Uwzględniając, że  $v \approx \frac{2\pi R}{t_2}$ , mamy

$$\Delta t = \frac{8\pi R}{Tg} = 3 \text{ min } 10 \text{ sek.}$$



### Rozwiązanie zadania M 658.

Przypuśćmy przeciwnie, że wszystkie liczby  $a_i$  są nieparzyste. Kwadrat liczby nieparzystej daje z dzielenia przez 8 resztę równą 1, bowiem

$$(2k+1)^2 = 4k(k+1) + 1,$$

$k(k+1)$  zaś jest liczbą parzystą.

Stąd wynika, że obie strony równania podanego w zadaniu dają różne reszty z dzielenia przez 8 (lewa strona resztę równą 5, prawa zaś resztę 1); uzyskana sprzeczność kończy dowód.

## Patrz w niebo

Widoma zmienność blasku gwiazd może mieć dwojaką przyczynę. Jedną jest wzajemne przesłanianie się gwiazd w przypadku układu podwójnego, który nazywa się wtedy gwiazdą zmienną zaćmieniową. Drugą przyczyną jest rzeczywista niestacjonarność gwiazdy, zwanej wtedy gwiazdą zmienną fizycznie. Zarówno gwiazd zmiennych zaćmieniowych jak i zmiennych fizycznie jest wiele typów, a śledzenie ich zmienności dostarcza wielu informacji o ich powierzchni (w pierwszym przypadku) lub też o ich budowie wewnętrznej (w drugim).

Bardzo ważną grupą gwiazd zmiennych fizycznie są tzw. cefeidy, biorące nazwę od swojej przedstawicielki  $\delta$  Cefeusza, której regularną zmienność zauważono w 1784 r. Charakterystyczny dla cefeid jest szybszy wzrost jasności niż spadek i maksimum blasku zaznaczane wyraźniej niż minimum. Taki właśnie przebieg jasności stanowi obserwacyjne kryterium przynależności gwiazdy zmiennej do tej grupy. Do dziś zarejestrowano około 800 cefeid o okresie zmienności od 1 do 50 dni, przy czym najwięcej ma okres zbliżony do 5 dni. Są one gwiazdami samotnymi, a jednak wykazują okresowe zmiany prędkości radialnej. Przebieg tych zmian i jego korelacja z innymi parametrami cefeidy niedwuznacznie dowodzi, że musi to być gwiazda pulsująca. Ujemna prędkość radialna oznacza, że nie cała gwiazda, lecz tylko jej powierzchnia zbliża się wtedy do obserwatora, gwiazda więc pęcznieje i zarazem, co naturalne, spada jej temperatura i to na tyle, że jej jasność też spada pomimo rosnącej powierzchni. Przy dodatniej prędkości radialnej procesy te przebiegają, oczywiście, przeciwnie.

Okresowe, z wysoką dokładnością powtarzające się pulsacje sugerują, że gwiazda wykonuje drgania wokół położenia równowagi jak wahadło, a analogia ta jest głębsza, niż by się na pierwszy rzut oka zdawało. Okres  $T$  wahań wahadła o długości  $l$  wynosi  $2\pi\sqrt{l/g}$ , gdzie  $g$  oznacza przyspieszenie grawitacyjne. Jeżeli długość wahadła zastąpić promieniem  $R$  gwiazdy i za  $g$  przyjąć przyspieszenie na jej powierzchni  $g = GM/R^2$  ( $G$  oznacza stałą grawitacji, a  $M$  masę gwiazdy), to można się spodziewać, że okres zmienności cefeidy wyniesie  $T = 2\pi\sqrt{R^3/GM}$ . Wprowadziwszy jeszcze do tego wzoru średnią gęstość gwiazdy równą, oczywiście,  $\rho = M/(\frac{4}{3}\pi R^3)$ , dostaniemy bardzo ważną zależność:

$$T\sqrt{\rho} = \text{const.}$$

Po raz pierwszy zależność tę wyprowadził Eddington na podstawie, rzecz jasna, dokładnych obliczeń modelowych.

Cefeidy odegrały ogromną rolę w procesie poznawania skali odległości, nawet międzygalaktycznych. Otóż z przyczyn, o których nie będziemy już tu mówić, gwiazdy masywniejsze są zarazem jaśniejsze (w sensie jasności absolutnej) i większe, i to tak dalece większe, że średnią gęstość mają mniejszą. Zatem im większa jest gęstość tym mniejsza jasność absolutna gwiazdy. Wprowadzenie tej informacji do ostatniego wzoru daje wniosek, że im jaśniejsza jest cefeida, tym dłuższy musi mieć okres zmienności. I rzeczywiście – fakt ten został zaobserwowany w 1912 r. przez panią Henriettę Leavitt badającą wtedy gwiazdy zmienne w Małym Obłoku Magellana. Wpływ odległości na jasność był w tym przypadku nieistotny, ważne mianowicie było to, że wszystkie te cefeidy znajdują się w jednakowej odległości od nas. Prawdłowo wyskalowana zależność jasności od okresu jest bardzo ważnym narzędziem do wyznaczania odległości: obserwujemy okres zmian jasności, przeliczamy na jasność absolutną gwiazdy (o ile jest to cefeida!) i mierzymy jasność widomą, a stąd już mamy odległość. Ponieważ cefeidy są gwiazdami z natury jasnymi, udało się je zaobserwować w najbliższych galaktykach i tak wyznaczyć ich odległości.

Przyczyną pulsacji cefeidy jest zachowanie się warstwy częściowej jonizacji helu. W ogromnym skrócie wygląda to następująco. Energia płynąca z wnętrza gwiazdy jest silnie w takiej warstwie absorbowana, gdyż zostaje wykorzystana do jonizowania gazu. Nie może to jednak trwać w nieskończoność – gdy nastąpi jonizacja całkowita, gaz zaczyna rozpręczać się jak doskonały. Ale gęstość jego cząstek jest teraz znacznie większa (przybyło dużo elektronów), wobec tego zaczyna rozpręczać się energiczniej, niż uczyniłby to przed osiągnięciem pełnej jonizacji. Następuje silne rozepchnięcie zewnętrznych warstw gwiazdy, które następnie już ochłodzone spadają i ściskają tym samym gwiazdę bardziej, niż zrobiłyby to w stanie równowagi i cykl się powtarza. Gdyby realne były podróże międzygalaktyczne, cefeidy mogłyby pełnić rolę latarni morskich dzięki ich łatwemu namierzaniu i określaniu ich odległości.

Tomasz KWAST