Kompleksy i algebra

W 732 roku Karol Młot zatrzymał Arabów w ich zwycięskim, zdobywczym pochodzie wokół Morza Śródziemnego. Od tego momentu zaczyna się trwająca około tysiąca lat rywalizacja cywilizacyjna i naukowa między Arabami (i islamem) a Europejczykami (i chrześcijaństwem). Wyprawy krzyżowe czy mozolne odbijanie Arabom Półwyspu Pirenejskiego dowodziły jednak (szczególnie uczestnikom tych walk), że kultura arabska, nauka arabska, cywilizacja arabska stoją na znacznie wyższym poziomie od swoich europejskich odpowiedników. Stan taki, to znaczy stan ciężkiego totalnego kompleksu niższości, trwa właściwie aż do XVI wieku, choć bezradność, eksponująca jako zadośćuczynienie tylko słuszność wiary, kończy się w momencie wyboru na papieża francuskiego mnicha Gerberta (Sylwester II, 999 r.), zresztą po odbyciu przez niego studiów w arabskim Toledo. Z czasem (początek XII wieku) powstają uniwersytety, rodzi się naukowa tożsamość Europy. Ale kompleks pozostaje. W matematyce wyraża się on uznaniem za najlepszą, najnowocześniejszą, najważniejszą gałąź tej nauki algebry – jedynej dyscypliny matematycznej stworzonej przez Arabów. Kto wie, ile z tego poglądu dotrwało do czasów nam współczesnych.

Algebra jest słowem powstałym przez zniekształcenie fragmentu tytułu dzieła Muhammada ibn Musa al-Chwarizmiego (powstałego w pierwszej połowie IX wieku) *Hisab al dżabr ua-l-mukabala – Sztuka redukcji i przenoszenia* ustalającego zasady operowania równaniami. Jest to więc dosłownie *redukcja.* Skrót ten jest zresztą wspólny dla Europejczyków i Arabów. Inny termin matematyczny – *algorytm* – jest już czysto europejskim neologizmem: *Algorithmi de numero Indorum* nazywało się łacińskie tłumaczenie pracy o sposobach rachowania w systemie dziesiętnym – miało to znaczyć *Al-Chwarizmiego* (dzieło) *o liczbach indyjskich.*

Ważność problematyki algebraicznej była taka, że zakompleksieni Europejczycy dopiero wtedy uwierzyli, iż nie są od Arabów gorsi, gdy rozwiązali problem, którego Arabowie rozwiązać nie potrafili, choć uważali go za bardzo ważny.

Dwa lata po odkryciu przez Kolumba Ameryki ukazała się drukiem praca Luki Paciolego *Summa de arithmetica.* W niej znalazło się, między innymi, zdanie: *dla równań sześciennych nie ma sposobu w arytmetyce, tak jak nie ma sposobu na kwadraturę koła.* Zdanie to spowodowało zmasowany atak na problem rozwiązalności równań trzeciego stopnia zakończony po czterdziestu latach sukcesem. Podobno Scipio del Ferro, a na pewno Tartaglia (Nicolo Fontana), równanie takie rozwiązali. O wadze problemu niech świadczy fakt, że rozwiązanie jego zostało przywłaszczone przez należącego do elity Girolamo Cardano i do dziś jest nazywane jego nazwiskiem (Tartaglia pochodził z nizin społecznych). Jak to dokładnie było, to już inna historia. Warto jednak tu odnotować, że przełamanie kompleksu niższości europejskich matematyków nastąpiło właśnie w tym momencie historii. Od tej pory europejscy matematycy byli już tak samo zarozumiali, jak są dziś.

Marek KORDOS

Summa de arithmetica

Franciszkanin Luca Pacioli (1445–1514) był autorem jednego z pierwszych wydanych drukiem dzieł matematycznych. Była nim wydana w języku włoskim *Summa de arithmetica, geometria, proportioni et proportionalita* (1494) (*Wiadomości o arytmetyce, geometrii, stosunkach i proporcjonalności*). Warto zaznaczyć, że wcześniej został już wydany łaciński przekład *Elementów* Euklidesa (1482). Jedną z bardzo istotnych zalet dzieła Paciolego była jego powszechność, którą uzyskało ono dzięki temu, że zostało wydane drukiem. W książce tej, która była pewnego rodzaju encyklopedią wiedzy z arytmetyki, algebry i trygonometrii, Pacioli opisał, między innymi, różne metody wykonywania działań arytmetycznych. I tak dla mnożenia, oprócz obecnie stosowanego sposobu, podał siedem innych. (Jeden z nich o nazwie „gelosia" opisaliśmy w *Małej Delcie*).

W części algebraicznej Pacioli zajmował się równaniami liniowymi, kwadratowymi i dwukwadratowymi. Pacioli poświęcił też dużo miejsca geometrii, arytmetyce kupieckiej i buchalterii, a także zadaniom niezwykłym.

Opracował P.H.

Rozwiązanie zadania F 347. Ziemię i Księżyc traktujemy jako układ izolowany. Jeśli zmniejsza się moment pędu związany z ruchem obrotowym Ziemi, to musi wzrastać moment pędu odpowiadający ruchowi orbitalnemu Księżyca, tak aby całkowity moment pędu był zachowany. Niech r oznacza szukaną odległość Księżyca, gdy Ziemia na skutek przypływów wyhamuje swój ruch obrotowy. Moment pędu Księżyca $I = mvr$ możemy wyznaczyć z równania opisującego ruch Księżyca w polu grawitacyjnym Ziemi $\mathrm{G}\frac{Mm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$, stąd $I = \sqrt{\mathrm{G}Mm^2r}$. Moment pędu Ziemi $I_z = \frac{2}{5}MR^2\omega$, gdzie $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $T = 24$ godziny – jest okresem obrotu Ziemi. Korzystając z zasady zachowania momentu pędu mamy

$$\sqrt{\mathrm{G}Mm^2r_0} + \frac{2}{5}MR^2\omega = \sqrt{\mathrm{G}Mm^2r},$$

skąd

$$r = \left(\sqrt{r_0} + \frac{2MR^2}{5\sqrt{\mathrm{G}Mm^2}}\right)^2.$$

Podstawiając wartości liczbowe otrzymujemy $r = 595$ tys. km.

Rozwiązanie zadania F 348. Niech r oznacza odległość drobiny od Słońca, m zaś jej masę; M – oznacza masę Słońca, R – odległość Ziemi od Słońca. Drobina jest zarazem przyciągana przez Słońce siłą grawitacji, jak i wypychana przez promieniowanie z siłą $F = \frac{P}{c}$, gdzie P jest mocą promieniowania padającego na drobinę, c zaś jest prędkością światła. Porównując tę siłę z siłą grawitacji mamy

$$\frac{P}{c} = \frac{\mathrm{G}Mm}{r^2},$$

z drugiej strony $P = \frac{SR^2\phi}{r^2}$, gdzie $S = \pi x^2$ jest przekrojem poprzecznym drobiny. Podstawiając P do poprzedniego wzoru mamy

$$\frac{\pi x^2R^2\phi}{cr^2} = \frac{4\mathrm{G}M\pi x^3\rho}{3r^2},$$

uwzględniając, że $a = \frac{\mathrm{G}M}{R^2}$ otrzymujemy

$$x = \frac{3\phi}{4ac\rho} = 1,2\cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}.$$

Mniejsze drobiny będą wypychane poza Układ Słoneczny.