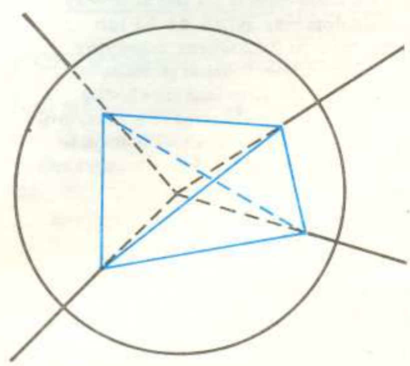
Nie ma więc analogii twierdzenia o sumie miar kątów trójkąta w świecie trójwymiarowym. Spróbujmy jeszcze powalczyć z twierdzeniem o kącie wpisanym i środkowym. Kąt trójścienny jest wyznaczony przez trzy półproste o wspólnym początku. Jeśli wierzchołek kąta umieścimy w środku sfery (jednostkowej), to półproste te wyznaczą punkty A, B, C na sferze. Niech kąt wpisany odpowiadający temu kątowi środkowemu będzie dowolnym kątem trójściennym o krawędziach przechodzących przez punkty A, B, C i wierzchołku leżącym na sferze (po tej samej stronie płaszczyzny ABC co środek sfery). Czy wtedy miara takiego kąta wpisanego jest połową miary kąta środkowego? A może jedną trzecią?


Rys. 18

Wpiszmy w tę sferę dowolny czworościan zawierający środek sfery w swoim wnętrzu (rys. 18). Wtedy każde trzy wierzchołki czworościanu wyznaczają środkowy kąt trójścienny. Oczywiście, te cztery kąty sumują się zawsze do kąta pełnego (niezależnie od tego, jaki to czworościan). Natomiast kąty bryłowe czworościanu są teraz kątami wpisanymi odpowiadającymi tym kątom środkowym. Ich suma – jak wykazaliśmy – jest zależna od kształtu czworościanu. Jest to sytuacja zupełnie odmienna od sytuacji na płaszczyźnie.

Może należało inaczej zdefiniować kąt (niekoniecznie trójścienny) wpisany i środkowy? Być może. I nie jest to jedyny znak zapytania, jaki zostawiliśmy po drodze, bowiem w tych wędrówkach, tak jak w prawdziwych, w góry, trudno przewidzieć, co nas spotka. Ale mamy nadzieję, że przekonaliśmy Cię, iż po matematyce można równie wspaniale wędrować – omijać ścieżki zbyt łagodne, zawracać ze zbyt stromych i nieustannie cieszyć się, że przed nami pojawia się wciąż świat nowy, nieznany i piękny.

Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

M 649. W pewnym trójkącie dwie wysokości są nie krótsze od boków, na które je opuszczono. Jakie kąty ma ten trójkąt?
Rozwiązanie na str. 12

M 650. Na dwóch końcach ustalonej średnicy okręgu są ustawione dwie jedynki. W pierwszym kroku na środku każdego z dwóch łuków wpisujemy dwójkę, w drugim kroku – na środku każdego z czterech łuków wpisujemy trójkę; ogólnie, w n-tym kroku na środku każdego z 2^n łuków wyznaczonych przez wpisane już na okręgu liczby wpisujemy sumę liczb stojących na końcach tego łuku. Obliczyć sumę S_n liczb zapisanych na okręgu po wykonaniu n kroków.
Rozwiązanie na str. 16

M 651. Dany jest trójmian kwadratowy $g(x) = ax^2 + bx + c$ o tej własności, że równanie $g(x) = x$ nie ma rozwiązań rzeczywistych. Wykazać, że wtedy równanie czwartego stopnia $g(g(x)) = x$ także nie ma rozwiązań rzeczywistych.
Rozwiązanie na str. 12

Redaguje Jarosław KULPA

F 345. Pająk chcący przebyć wąski kanał z wodą o przekroju poprzecznym w kształcie półkola o promieniu R ruszył wpław prostopadle do brzegu. Prędkość pająka względem wody wynosiła u. Oblicz, jak daleko woda zniosła pająka, jeżeli prędkość wody w nurcie kanału była niewielka i wynosiła v_0.
Rozwiązanie na str. 7

F 346. Masy powietrza z okolic Warszawy przesunęły się o jeden stopień na północ, gdzie uprzednio panowała bezwietrzna pogoda. Oceń największą wartość składowej równoleżnikowej prędkości wiatru na północ od Warszawy.
Rozwiązanie na str. 6