# Klub 44

## Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru $n$ w terminie do końca miesiąca $n+3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie $S$ oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a $N$ – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**.
Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 2/1992.

Termin nadsyłania rozwiązań: 28 II 1993

Czołówka ligi zadaniowej
**Klub 44 M**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 235 ($WT$=1,51) i 236 ($WT$=2,44) z numeru 2/1992

| | | |
|---|---|---|
| Janusz Olszewski | – Suwałki | 46,36 |
| Henryk Kornacki | – Augustów | 44,59 |
| Marek Prauza | – Poraj | 40,12 |
| Mirosław Matlęga | – Skoczów | 38,46 |

Lato – więc Jeziora... Po blisko półrocznym zastoju bariera 44 punktów znów przekroczona: pan Olszewski (z Suwałk) – po raz pierwszy, pan Kornacki (z Augustowa) – już po raz drugi.

Czołówka ligi zadaniowej
**Klub 44 F**
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 133 ($WT$=4,00) i 134 ($WT$=2,13) z numeru 2/1992

| | | |
|---|---|---|
| Dzierżysław Lipniacki | – Lublin | 29,11 |
| Przemysław Gworys | – Częstochowa | 18,08 |
| Andrzej Nowogrodzki | – Chocianów | 18,04 |
| Dariusz Wilk | – Rzeszów | 15,51 |

## Zadania z matematyki nr 249, 250

*Redaguje Marcin E. KUCZMA*

**249.** Niech $x$ będzie liczbą dodatnią. Przyjmijmy

$$a_1 = \frac{1}{x+1}, \qquad a_n = \frac{n}{x+n}\prod_{j=1}^{n-1}\frac{x-j}{x+j} \quad \text{dla} \quad n = 2,3,4,\ldots .$$

Wykazać zbieżność i obliczyć sumę szeregu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

**250.** Wyznaczyć wszystkie liczby $n \in \{0,1,2,3,4,5,6\}$ spełniające warunek: dla każdej liczby naturalnej $k \geq 4$ można umieścić w przestrzeni $4k$ przystających kostek sześciennych tak, aby każda miała dokładnie $n$ ścian wspólnych z innymi kostkami.

Zadanie 250 zaproponował pan Jerzy Janowicz z Bolesławca.

## Zadania z fizyki nr 147, 148

*Redaguje Jerzy B. BROJAN*

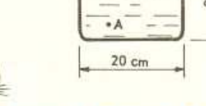
**147.** Dwie doskonale sprężyste kulki poruszają się z jednakową prędkością $v$ po linii prostej (grawitacja nie występuje) tak, że ich tory pokrywają się. Na drodze kulek jest prostopadła doskonale sprężysta ściana (rys. 1), od której pierwsza kulka się odbija, a potem zderza z drugą.

a) Jaką maksymalną prędkość może uzyskać druga kulka, gdy zderzą się jeden raz? Zmienianymi parametrami są tu masy kulek.

b) Jaką maksymalną prędkość może uzyskać druga kulka, gdy zderzą się dwa razy?

c) W jakim przedziale musi leżeć stosunek $\frac{m_2}{m_1}$, aby kulki zderzyły się dwa razy i nastąpiły też dwa uderzenia o ścianę?

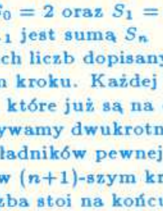
d) W jakim przedziale musi leżeć stosunek $\frac{m_2}{m_1}$, aby kulki zderzyły się trzy razy i nastąpiły cztery uderzenia o ścianę?




Rys. 1

**148.** Dziesięć kilogramów wody nalano do prostopadłościennego naczynia – przyjmijmy rozmiary dna np. $20 \times 25$ cm, wysokość 20 cm. W punkcie $A$ (rys. 2) umieszczono grzałkę o mocy 100 W, a w punkcie $B$ – chłodnicę o mocy $-100$ W. Ocenić orientacyjnie średnią prędkość krążenia wody w naczyniu.

Dane: współczynnik rozszerzalności objętościowej wody (dla temperatury bliskiej 20°C) wynosi $2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{K}^{-1}$, ciepło właściwe wody 4200 J/kg·K, lepkość wody 0,01 puaza $= 0{,}001\ \mathrm{N{\cdot}s/m^2}$.




Rys. 2

**Rozwiązanie zadania M 650.**
Oczywiście, $S_0 = 2$ oraz $S_1 = 6$. Ponadto, $S_{n+1}$ jest sumą $S_n$ oraz wszystkich liczb dopisanych w $(n+1)$-szym kroku. Każdej liczby spośród tych, które już są na okręgu po $n$ krokach używamy dwukrotnie jako jednego ze składników pewnej liczby dopisywanej w $(n+1)$-szym kroku (bo każda liczba stoi na końcu dwóch sąsiednich łuków). Oznacza to, że

$$S_{n+1} = S_n + \underbrace{S_n + S_n}_{\text{suma licz dopisanych w } (n+1)\text{-szym kroku}} = 3 \cdot S_n .$$

Jest to więc ciąg geometryczny, a ponieważ $S_0 = 2$, więc $S_n = 2 \cdot 3^n$.

Rozwiązanie quizu z *Małej Delty*:
$A-4$, $B-11$, $C-5$, $D-9$, $E-1$, $F-6$, $G-2$, $H-8$, $I-7$, $K-10$, $L-3$.