Zasada prac wirtualnych

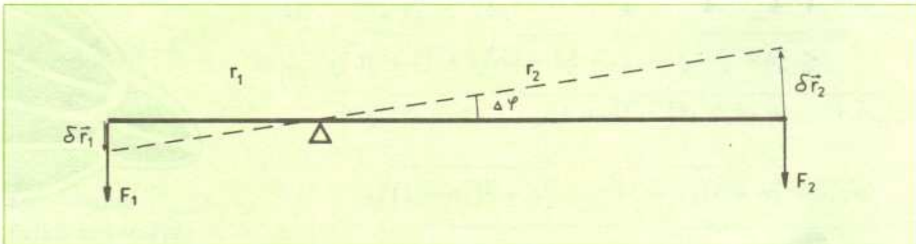
Jan KALINOWSKI

Znalezienie sił statycznych działających w skomplikowanym układzie bloczków, dźwigni, linek, kołowrotów, kratownic itp. znakomicie ułatwia skorzystanie z zasady prac wirtualnych. Układy linek, bloczków itp. nakładają pewne więzy na ruch ciał, tzn. pewne ruchy są możliwe, inne zabronione przez więzy. Ruchy możliwe, zgodne z więzami, będziemy nazywać ruchami wirtualnymi (od francuskiego słowa *virtuel* – możliwy). Zasada prac wirtualnych (zwana też zasadą Lagrange'a lub zasadą prac przygotowanych) mówi, że dla położenia równowagi praca wirtualna danych sił $\vec{F_i}$ musi być równa zeru, tzn.

$$0 = \sum_i \vec{F_i} \cdot \delta \vec{r_i}\,,$$

gdzie przez $\delta\vec{r_i}$ oznaczyliśmy przesunięcie wirtualne punktu i, na który działa siła $\vec{F_i}$. Żeby znaleźć siły, trzeba wyobrazić sobie przesunięcie wirtualne układu. Zobaczmy na kilku przykładach, jak korzystać z tej zasady.

1. Dźwignia dwustronna. Znaleźć zależność między siłami F_1 i F_2.



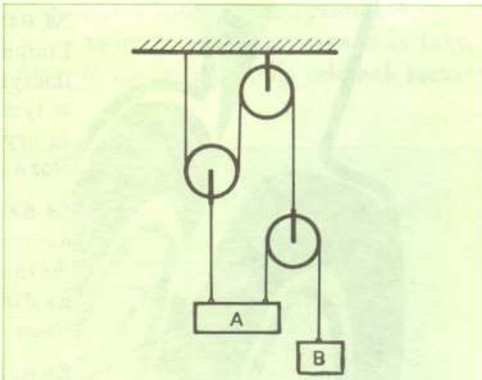
Przesunięciem zgodnym z więzami jest obrót dźwigni o kąt $\delta\varphi$. Wówczas $\delta r_1 = r_1\delta\varphi$, $\delta r_2 = r_2\delta\varphi$. Mamy więc

$$0 = F_1 r_1 \delta\varphi - F_2 r_2 \delta\varphi \implies \frac{F_1}{F_2} = \frac{r_2}{r_1}\,.$$

2. Znaleźć zależność między ciężarami ciał A i B w układzie przedstawionym na rysunku. Masy linek i bloczków pominąć. Linki są nierozciągliwe.

Jeśli podniesiemy ciało A o δr, to łatwo przekonać się, że ciało B opuści się w dół o $5\delta r$. Stąd

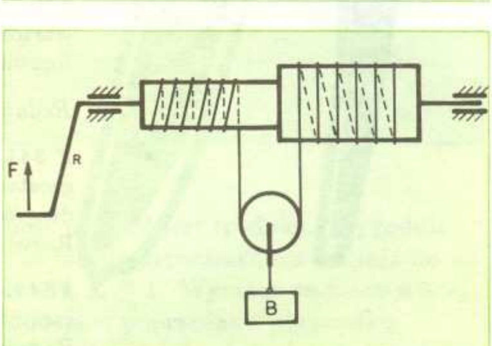
$$P_B = 5P_A\,.$$



3. Kołowrót różnicowy. Linka nawinięta jest na kołowroty o promieniach r_1 i r_2 w przeciwne strony. Jaką siłę należy przyłożyć prostopadle do korby o ramieniu R, aby zrównoważyć ciało B?

Jeśli obrócimy kołowrót o kąt $\delta\varphi$, to koniec korby przesunie się o $R\delta\varphi$, a ciało B o $\frac{1}{2}(r_2\delta\varphi - r_1\delta\varphi)$. Stąd

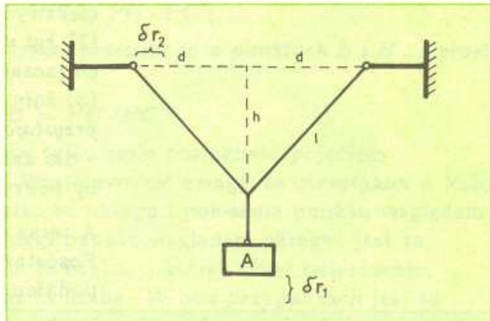
$$F = P_B \frac{r_2 - r_1}{2R}\,.$$



4. Ciało A wisi na sznurze o długości $2l$ rozpiętym między gwoździami wbitymi w ściany. Odległość między gwoździami wynosi $2d$. Obliczyć siły wyciągające gwoździe ze ścian.

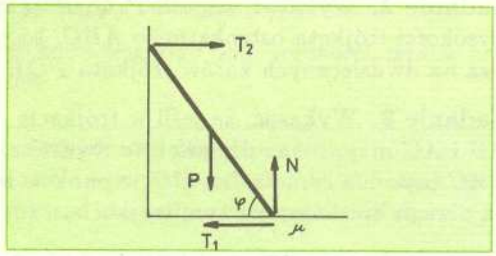
Jeśli ciało A opuściłoby się o δr_1, to gwoździe zostałyby wyciągnięte ze ścian o δr_2. Zakładając, że linka jest nierozciągliwa i przesunięcia wirtualne są małe, łatwo znaleźć z rozważań czysto geometrycznych, że $\delta r_2 = \frac{h}{d}\delta r_1$. Stąd

$$F = \frac{1}{2} P_A \cdot \frac{h}{d}.$$



Zauważmy, że F nie jest równe napięciu linki, tylko jest jej składową poziomą wyciągającą gwóźdź ze ściany.

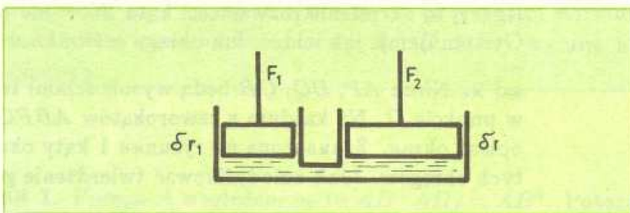
5. Drabina oparta o gładką ścianę. Współczynnik tarcia drabiny o podłogę wynosi μ, a środek ciężkości drabiny znajduje się w połowie jej długości. Określić najmniejszy kąt φ, jaki może utworzyć drabina z poziomem, aby nie upaść.



Zauważmy, że $T_1 = T_2$, $N = P$ i że jest to teraz w zasadzie poprzednie zadanie. Otrzymujemy $T_1 = \frac{P}{2}\operatorname{ctg}\varphi$. Żeby drabina nie upadła,

$$T_1 \leq \mu P \Rightarrow \operatorname{tg}\varphi \geq \frac{1}{2\mu}.$$

6. Na koniec rozważmy prasę hydrauliczną o powierzchni tłoków S_1 i S_2.



Jeśli ciecz w prasie jest nieściśliwa, to $S_1\delta r_1 = S_2\delta r_2$. Stąd

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_1}{S_2}.$$

Znowu zaczął się ukazywać miesięcznik *Komputer*
Byliśmy przy jego narodzinach w 1986 roku i przy jego upadku w 1990 roku.
Teraz wydaje go IDG Poland SA, czyli oddział amerykańskiego koncernu IDG (radzie nadzorczej przewodniczy Patrick J. McGovern). Pod amerykańską opieką i w oparciu o amerykańskie pieniądze *Komputer* zyskał atrakcyjniejszą formę graficzną i ma szanse na sukces rynkowy, czego mu życzymy.

Redakcja

Najbardziej spektakularnymi osiągnięciami astronomicznymi uzyskanymi za pomocą sztucznych obiektów kosmicznych były, oczywiście, badania otoczenia i powierzchni planet naszego Układu Słonecznego. Warto więc może przypomnieć (bo mamy jakby okres zastoju w astronautyce), że urządzenia te prowadziły również badania komet. I tak 25 IV 1983 satelita podczerwieni IRAS nawet odkrył kometę. Kilka dni później niezależnie odkryli ją George Alcock z Anglii i Genichi Araki z Japonii, w rezultacie kometa nazywa się IRAS-Araki-Alcock. Pierwszą kometą badaną z bliska przez sondę – 1 IX 1985 – była kometa Giacobiniego–Zinnera, a tą sondą był amerykański International Cometary Explorer (ICE). Wreszcie, jak może pamiętamy, kometa Halleya podczas swojego ostatniego zbliżenia do Słońca (1985/1986) badana była z bliska przez wiele sond. Brały w tym udział radzieckie Vega 1 i Vega 2, zachodnioeuropejska Giotto, japońskie Sakigake i Suisei oraz wspomniany amerykański ICE.