



**Rozwiązanie zadania M 643.**

Niech  $k_j$  oznacza iloczyn liczb z  $j$ -tej kolumny,  $w_j$  zaś – iloczyn liczb z  $j$ -tego wiersza. Oczywiście,

$$k_1 k_2 \dots k_{111} = w_1 w_2 \dots w_{111}$$

(oba wyrażenia są równe iloczynowi wszystkich liczb na szachownicy). W szczególności, znaki obu stron równania są takie same, a więc liczba minus jedynek wśród 222 liczb  $k_j$  oraz  $w_j$  jest parzysta. Parzysta jest zatem także liczba jedynek. Ale liczby plus i minus jedynek muszą być różne (bo  $111 = 222 : 2$  jest liczbą nieparzystą!), czyli suma

$$w_1 + w_2 + \dots + w_{111} + k_1 + k_2 + \dots + k_{111}$$

jest różna od zera.



**Rozwiązanie zadania M 644.**

Przypuśćmy, że teza zadania jest fałszywa. Istnieje wtedy takie ułożenie kostek domina na szachownicy, że każda z dziesięciu linii poziomych lub pionowych oddzielających pola szachownicy dzieli pewną kostkę na pół. Popatrzmy na którąkolwiek z tych linii; po każdej stronie mamy parzystą liczbę pól szachownicy, a także parzystą liczbę pól zakrytych niepodzielonymi kostkami (każda z nich zakrywa 2 pola), zatem po każdej stronie tej linii znajduje się parzysta liczba pól zakrytych kostkami podzielonymi. Widzimy więc, że każda linia dzieli na pół parzystą liczbę kostek (czyli co najmniej dwie). Każda kostka może być dzielona na pół przez tylko jedną linię, zatem liczba kostek dzielonych na pół przekracza  $2 \cdot 10 = 20$ , czyli jest większa od liczby wszystkich kostek na szachownicy!



**Rozwiązanie zadania M 645.**

Z warunków zadania wynika, że  $l = 9$ . Po pierwsze, z cechy podzielności przez 9 wnioskujemy, że wszystkie trzy liczby  $k$ ,  $m$  oraz  $l$  są podzielne przez 9. Z drugiej strony

$$k \leq 1992 \cdot 9 = 17928 < 19999,$$

zatem  $m \leq 1 + 4 \cdot 9 = 37$ , czyli  $l \leq 11$ . Stąd już, oczywiście, wynika, że  $l = 9$ .

W książkach zaliczanych kiedyś do typu *science fiction* można było często znaleźć mrozące krew w żyłach opisy zderzenia statku międzyplanetarnego z ciałem meteorowym, przy czym bohaterowie wychodzili z tego cało najczęściej dzięki czyjejś przytomności umysłu. Teraz czyta się takie rzeczy wprawdzie ze wzruszeniem, bo przypomina to młodość, ale na szczęście już się tak nie pisze. Szanse zderzenia z jakąś znacznieszą bryłką są praktycznie zerowe (przestrzeń kosmiczna jest naprawdę „bardzo” pusta), a możliwość wykazania się wtedy przytomnością umysłu dokładnie zerowa. Wiemy, co prawda, że w płaszczyźnie Układu Słonecznego leży warstwa pyłu, że znajduje się tam mnóstwo drobnych bryłek (spadających nieustannie na Ziemię) i sporo planetoid, niemniej jednak – jak wykazało kilkudziesięcioletnie doświadczenie – dla astronautyki nie ma to znaczenia.

Podobnie jest w świecie gwiazd. Odległości dzielące gwiazdy wyrażają się przecież w latach świetlnych, podczas gdy rozmiary gwiazd najwyżej w minutach, a i to raczej wyjątkowo. Każda galaktyka, choć oglądana z daleka robi wrażenie dość zwartej postaci, jest w rzeczywistości tworem bardzo „luźnym”. Gwiazdy mijają się z reguły w odległościach tak ogromnych, że przeciętna gwiazda nie doznaje znaczącego zakłócenia ruchu przemierzwszy całą galaktykę. Uczenie mówi się, że średnia droga swobodna gwiazdy jest większa od rozmiarów galaktyki. Wskutek tego każda galaktyka przez miliardy lat zachowuje swoją skomplikowaną strukturę, nie jest w stanie się wymieszać. Efekt tego widać niemal gołym okiem, w każdym razie na zdjęciach: np. ramiona galaktyki spiralnej tworzą płaski układ młodych gwiazd na jej peryferiach, a zbliżony do kulistego system starych gwiazd tworzy jej jądro – i oba te systemy żyją jakby każdy swoim życiem.

Ale nie jest już tak w świecie galaktyk. Odległości dzielące galaktyki nie są tak drastycznie większe od ich rozmiarów, dlatego zderzenia galaktyk nie są rzadkością. Gdy zderzenie nie jest całkiem dokładne, tzn. gdy dwie galaktyki mijają się w niewielkiej odległości, następuje zniekształcenie struktury obu galaktyk, w wyniku czego mogą powstać rozmaite „mosty” między nimi (o czym pisaliśmy w *Delcie* 6/1992). A co byłoby przy zderzeniu dokładnym? Skoro gwiazdom w galaktykach jest tak luźno, to dwukrotny wzrost liczby gwiazd nie powinien nic specjalnie zmienić. Ale galaktyki składają się nie tylko z gwiazd – zawarta w nich materia międzygwiazdowa tworzy obłoki rozciągające się na wiele lat świetlnych, a zatem obłoki nie są w stanie mijać się bez żadnego efektu, tak jak mijają się gwiazdy. I wtedy dochodzi do bardzo gwałtownych zjawisk. Zderzające się obłoki zagęszczają się, ogrzewają, co prowadzi do masowego powstawania nowych gwiazd i do silnej emisji promieniowania podczerwonego. Moc tego promieniowania sięga bilionów mocy Słońca – kilka tak zachowujących się obiektów odkrył satelita podczerwieni IRAS.

Nie koniec na tym. Widma tych obiektów, zwłaszcza jaśniejszych, przypominają widma kwazarów. Stąd nasuwa się wniosek, że w centrum każdego z tych superjasnych obiektów znajduje się aktywne jądro, czyli że po prostu obiekty te są czymś pośrednim między podczerwonymi galaktykami a kwazarami. Wydaje się to bardzo prawdopodobne, gdyż obłoki materii międzygwiazdowej zderzając się muszą się częściowo łączyć, mieszać i w rezultacie materia musi opadać ku wspólnemu środkowi masy połączonych galaktyk, tworząc tam masywną czarną dziurę lub przynajmniej „żywiąc” sobą już istniejącą. Na tym etapie czarna dziura byłaby jeszcze przesłonięta przez materię międzygwiazdową obu galaktyk (stąd tyle podczerwieni w widmach tych obiektów); dopiero po zużyciu znacznej jej części aktywne jądro mogłoby się odsłonić, a cały obiekt przekształciłby się w kwazar intensywnie promieniujący w zakresie rentgenowskim i nadfioletowym.

Znalezione przez IRASa galaktyki superjasne w podczerwieni są stosunkowo niedalekie – przesunięcie ku czerwieni ich widm nie przekracza  $z = \Delta\lambda/\lambda = 0,1$ . I chociaż wydaje się, że rzeczywiście kwazary są galaktykami o szczególnie aktywnych jądrach, to za wcześnie jest twierdzić, czy ich ewolucja przebiega tak, jak tu przedstawiliśmy. Dla uzyskania nowych informacji należałoby zbadać odleglejsze źródła podczerwieni, a do tego potrzebny byłby satelita sprawniejszy niż IRAS.

Tomasz KWAST