Co to jest matematyka, czyli młotkiem w łeb

Piotr HAJŁASZ

W powszechnym mniemaniu dobrym matematykiem jest ten, kto potrafi szybko liczyć. A ci, którzy potrafią w pamięci mnożyć liczby dziesięciocyfrowe, uchodzą za geniuszy matematycznych.

W rzeczywistości jednak wielu matematyków myli się w rachunkach chcąc, na przykład, sprawdzić, czy ekspedientka ich nie oszukała. Wybucha awantura i pozostaje tylko modlić się w duchu, aby nie wyszła na jaw nasza matematyczna profesja, bo wtedy będzie wstyd i hańba.

Podobnie w obliczaniu całek studenci politechniki są na ogół sprawniejsi od rasowych matematyków. Sam znam wielu matematyków, którzy chwalą się, że nie potrafią obliczyć całki z funkcji wymiernej (dodajmy, że umiejętność obliczania tej całki wymagana jest od wszystkich studentów matematyki).

Na czym więc polega profesja matematyczna? Czym są zdolności do matematyki? Oczywiście, nie sposób dać krótkiej odpowiedzi na tak postawione pytania. Postarajmy się jednak rzucić na nie nieco światła.

Na zarzut stawiany matematykowi, że nie umie on obliczyć całki z funkcji wymiernej, na ogół słyszy się odpowiedź: „Po co mam się tego uczyć? Jeśli kiedyś będę musiał obliczyć taką całkę, to zajrzę do książki, gdzie są gotowe wzory i po kłopocie."

Matematyka nie polega na sprawności w posługiwaniu się gotowymi wzorami (jak to jest w przypadku całek z funkcji wymiernych), lecz na umiejętności stawiania i rozwiązywania nowych problemów.

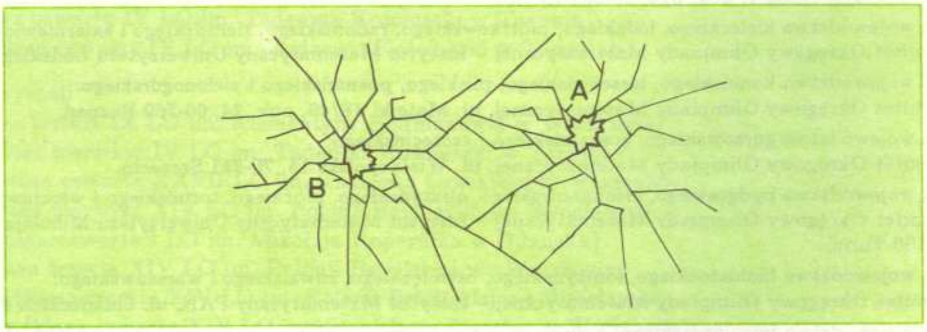
Kiedy pojawi się jakaś całka, na obliczenie której nie ma gotowych wzorów, wtedy już matematyk przestanie się chwalić, że nie umie jej obliczyć, tylko starać się będzie rozwiązać ten problem. Tutaj zaczyna się matematyka.

A więc, jak już powiedzieliśmy, matematyka jest pewną umiejętnością stawiania i rozwiązywania nowych problemów. Umiejętność ta często wykracza poza ramy tego, co zwykło się nazywać matematyką. Dlatego też matematycy spotykając się z pewnymi problemami z życia codziennego, rozwiązanie których wymaga jakiegoś błyskotliwego pomysłu, mówią: „To jest matematyka."

Nie należy jednak ulegać megalomanii, gdyż zgodnie z powszechnym przekonaniem matematycy nie zawsze należą do tych, którzy potrafią sobie najlepiej radzić z problemami swojej ziemskiej egzystencji.

Przejdźmy jednak do konkretów. Podamy dwa przykłady wzięte z życia, przy których każdy matematyk klaśnie w dłonie i zawoła: „To jest matematyka!"

Krzyś pierwszy rzucił kamieniem w szybę. Potem to samo uczyniła Ania. Nie pochwalamy tego wybryku, niemniej jednak powstały dwie interesujące nas dziury: A i B. Którą dziurę zrobił Krzyś, a którą Ania?



Otóż, Krzyś wybił dziurę B, Ania zaś A. Dlaczego?

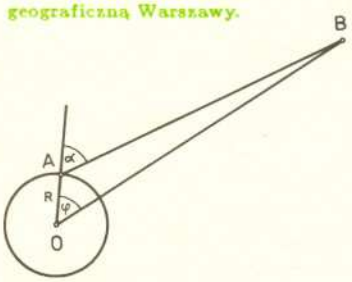
Rozwiązanie zadania F 341. Stosując prawa dynamiki Newtona $\frac{mv^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2}$, oraz podstawiając za prędkość satelity wyrażenie $v = \frac{2\pi r}{T}$, gdzie $T = 24$ h jest czasem obiegu satelity, m jego masą a r promieniem, po którym krąży, otrzymujemy

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}} \approx 42\,000\ \text{km}$$

($g = \frac{GM}{R^2}$ oznacza przyspieszenie ziemskie). Korzystając z twierdzenia sinusów dla trójkąta OAB wyznaczamy kąt α

$$\frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{r} = \frac{\sin(\alpha - \phi)}{R},$$

gdzie $\phi = 52^\circ$ jest szerokością geograficzną Warszawy.



$$\frac{R}{r} = \cos\phi - \frac{\sin\phi}{\operatorname{tg}\alpha} \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\phi}{\cos\phi - R/r}.$$

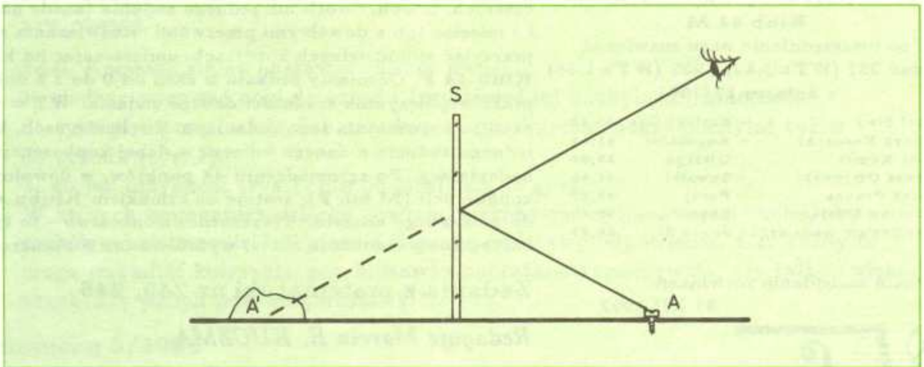
Ostatecznie $\alpha \approx 60^\circ$.

Rozwiązanie zadania F 342. Rozważmy jedno końcowe oczko sprężynki. Działa na nie siła $F = BI \cdot 2\pi r$, gdzie B jest indukcją magnetyczną wewnątrz sprężynki, która to indukcja jest proporcjonalna do przepływającego prądu I, r zaś jest promieniem sprężynki. Siła działająca na sprężynkę będzie proporcjonalna do kwadratu prądu $F \sim I^2$. Ponieważ $I = I_0 \sin\omega t$, $x = x_0 \sin^2\omega t = x_0 \frac{1-\cos(2\omega t)}{2}$, gdzie $\omega = 2\pi\nu$, x_0 jest maksymalnym skurczeniem się sprężynki. Stąd widać, że częstotliwość dźwięku będzie równa 2ν.

Zauważmy, że linie pęknięć wychodzące z A kończą się po dojściu do linii pęknięć wychodzących z B, dlatego dziura A powstała później.

Pomysł ten na określenie kolejności uderzeń znalazł praktyczne zastosowanie w ... medycynie sądowej, stąd w tytule ten młotek i łeb (okropność!).

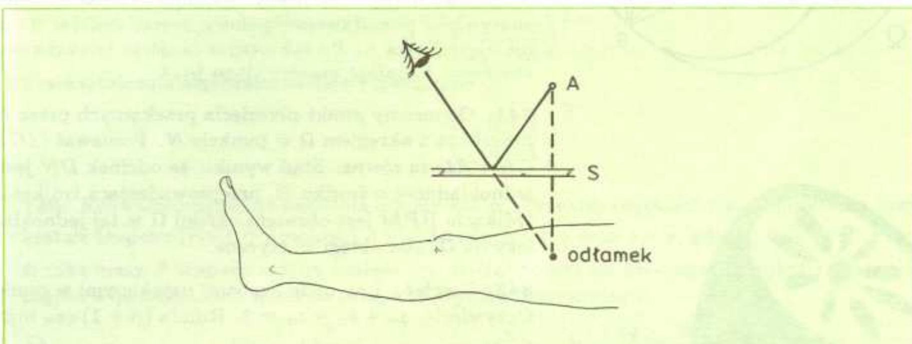
Przejdźmy teraz do drugiego przykładu. Na stole ustawiona jest pionowa szklana szyba S. W tenże stół wkręcona jest śrubka A.



Patrząc poprzez szybę widzimy jej odbicie – pozorną śrubkę A' znajdującą się po drugiej stronie szyby. Jeśli teraz w punkcie A' wkręcimy prawdziwą śrubkę i przykryjemy ją kawałkiem plasteliny, to widząc nadal odbicie śrubki A będziemy widzieli „poprzez" plastelinę, gdzie się znajduje śrubka A'. Biorąc do ręki igłę możemy bezbłędnie przebić plastelinę trafiając w główkę śrubki wkręconej w punkcie A'. Wystarczy mianowicie celować w odbicie śrubki A.

Banalne, prawda? Otóż ten banalny pomysł okazał się na tyle genialny, że znalazł praktyczne zastosowanie w medycynie.

Wyobraźmy sobie, że w nodze pacjenta utkwił mały metalowy odłamek. Jeśli chirurg ma go usunąć nie krojąc nogi na plasterki, to musi umieć go zlokalizować od pierwszego cięcia. Do tego można wykorzystać powyższy pomysł. Lokalizując odłamek za pomocą promieni Roentgena możemy tak ustawić szybę S i punkt A, że będzie on odbiciem symetrycznym odłamka względem S.



Teraz chirurg patrząc na nogę pacjenta poprzez szybę będzie widział odbicie punktu A, które znajduje się dokładnie tam, gdzie jest odłamek.

Zaletą tego pomysłu jest to, że wystarczy raz użyć promieni Roentgena do zlokalizowania odłamka. Były bowiem i inne metody, wystawiające jednak zarówno pacjenta, jak i chirurga na długotrwałe działanie promieniowania podczas operacji.

Autorem tego pomysłu i związanego z nim patentu jest wybitny polski matematyk Hugo Steinhaus. Dokładniej o tym pomyśle i jego modyfikacjach można przeczytać w znakomitej książce Hugona Steinhausa pt. *Kalejdoskop matematyczny.*