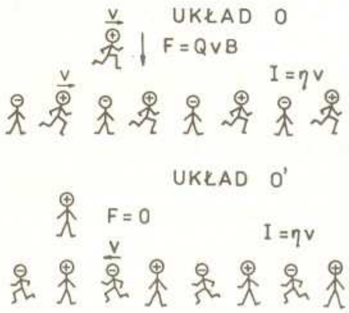
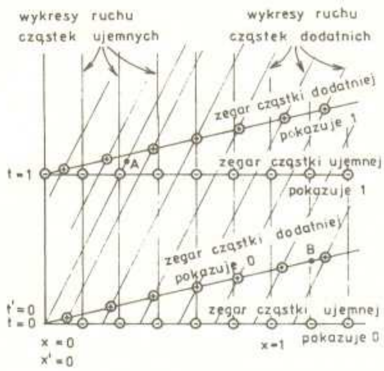


Rys. 1



Rys. 2

Śmieszne byłoby wyobrażać sobie, że do pojedynczego zjonizowanego atomu przyczepiony jest... budzik. Ale to sam jon jest zegarem; kręcą się w nim elektrony, precesuje spin, coś się dzieje i to wystarcza, by o każdym okruchu materii myśleć jako o pewnym zegarze. Konsystencja pojęcia czasu mierzonego przez tak szeroko rozumianą klasę wzajemnie nieruchomych swobodnych zegarów jest niebagatelnym faktem przyrodniczym, stanowiącym, jak się wydaje, podstawę fizyki i nie dającym się wywieść z niczego innego jak tylko wprost z doświadczenia. Bez niej o czasie jako takim nie dałoby się w ogóle mówić. To, że konsystencja ta ma miejsce w każdym układzie inercjalnym, jest najważniejszym aspektem zasady względności.

Synchronizacja nieruchomych swobodnych zegarów nie sprawia żadnych trudności i nie wymaga żadnej pogłębionej dyskusji. Każda, najmniej wymyślna, próba sprawdzenia, czy wzajemnie nieruchome zegary „idą" jednakowo, o ile tylko respektuje się ich równouprawnienie, da zawsze ten sam rezultat – nie ma w każdym razie żadnych przesłanek, by sądzić inaczej. Nie powinniśmy natomiast w naszym układzie odniesienia próbować synchronizować „cudzych" zegarów, tj. zegarów w ruchu. Ich sytuacja dla nas jest nierówna – jeden biegnie z przodu, drugi za nim; jeden może się do nas zbliżać, a drugi oddalać. Niech zegary te synchronizuje „ich" obserwator.

Jeszcze raz o teorii względności

Andrzej SZYMACHA

Dwa równoległe prądy przyciągają się. W szczególności wynika z tego, że i pojedynczy ładunek poruszający się równolegle do pewnego prądu jest też przyciągany z siłą zależną od prędkości tego ładunku. Załóżmy, tak jak to ma miejsce w większości przypadków, że prąd spowodowany jest wzajemnym ruchem tylko dwóch rodzajów ładunków (przeciwnego znaku). Przyjmiemy także, dla prostoty, że ładunki jednego znaku mają jedną wspólną prędkość. Niech wspomniany dodatkowy ładunek, tzw. *próbny*, który z prądem oddziałuje, będzie równy $Q > 0$ i niech jego prędkość będzie taka jak prędkość dodatnich ładunków w przewodniku. Chcielibyśmy także, by na jednostkę długości przypadało tyle samo (co do wartości bezwzględnej) ładunku jonów dodatnich η, co ujemnych $-\eta$. Aby omawianą konfigurację narysować i zaznaczyć strzałkami konkretne wartości prędkości cząstek, trzeba zdecydować się na jakiś konkretny układ odniesienia. W naszym przypadku nasuwają się dwa wygodne układy: jeden związany z obserwatorem nieruchomym względem ładunków ujemnych O, drugi nieruchomy względem cząstek dodatnich O'.

W sytuacji przedstawionej na pierwszym rysunku na cząstkę próbną działa w kierunku przewodu siła o wartości QVB ($B = \mu_0 I/2\pi r$, $I = \eta V$), a według obserwatora, który posłuży się drugim układem, na cząstkę tę... nie działa żadna siła. Pierwszy obserwator będzie przewidywał, że cząstka zacznie się zbliżać do przewodnika, drugi będzie twierdził, że jest ona nieruchoma i nigdy do przewodu nie dotrze. Ich przepowiednie dotyczą tego samego obiektu. ALE TO JEST ABSURDALNE. Tylko jeden z nich może mieć rację! Ale który?!

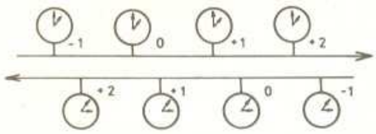
Skoro w omawianej sytuacji tylko jeden z obserwatorów może mieć rację, **tylko jeden z rysunków może odpowiadać rzeczywistości.** Ponieważ na każdym z rysunków część cząstek jest w ciągłym ruchu, rysunki te rejestrują jakby zamrożone położenia ładunków w określonej **tej samej chwili**. Ale co to jest czas? Jak mierzy się czas i jak się ustala w różnych punktach przestrzeni, że jest właśnie ta sama chwila? Czy dwaj obserwatorzy zawsze zgodzą się co do tego, że jakieś dwa zdarzenia dokonują się w tej samej chwili? Nieprawdziwe przypuszczenie, wyznawane przez pokolenia fizyków ubiegłych stuleci, że odpowiedzi na powyższe pytania są oczywiste, w szczególności, że odpowiedź na ostatnie pytanie jest pozytywna, prowadzi nieuchronnie do sprzeczności.

Zamiast „zamrożonej" konfiguracji chwilowej przedstawmy los grupy ładunków obu znaków w pewnym przedziale ich historii. Na osiach wykresu odkładać będziemy położenie i czas mierzone przez zegary nieruchome w układzie O.

Wykresy ruchu ładunków ujemnych (tzw. *linie świata* tych ładunków) są liniami prostymi, równoległymi do osi czasu, ale linie ładunków dodatnich są pochylone, tym bardziej, im większa jest ich prędkość. Wyobraźmy sobie, że każdy ładunek ma przyczepiony zegar. Wskazania zegarów przyczepionych do ładunków ujemnych pokazują w różnych miejscach na płaszczyźnie, oczywiście, zawsze współrzędną t stosownego punktu. *Czasem* w układzie inercjalnym nazywamy w istocie wskazanie najbliższego zegara nieruchomego w tym układzie, zegara *zsynchronizowanego ze wszystkimi innymi zegarami nieruchomymi w tym układzie.* Na wykresie mamy jednak także linie świata zegarów (na grzbietach ładunków dodatnich) ruchomych w tym układzie odniesienia. Jakie są wskazania tych zegarów w różnych miejscach na diagramie?

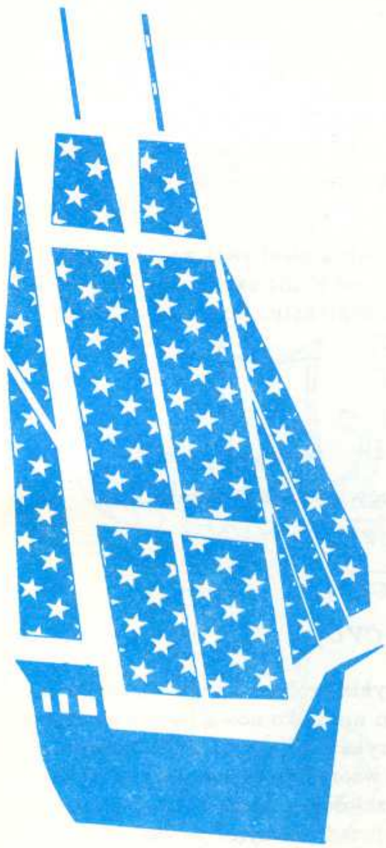
Zacząć trzeba od tego, że te ruchome zegary, same dla siebie są **nieruchome!** Jako nieruchome prowadzą one samoistną procedurę synchronizacji nie oglądając się na żadne inne zegary świata. No, mogą sobie pozwolić na jedno. Mogą cały ten wspólny zsynchronizowany czas tak przesunąć trochę w przód czy w tył, by zegar, od którego odmierzane jest położenie pozostałych (zegar z początku układu O'), pokazał zero nie byle kiedy, lecz dokładnie wtedy, gdy mija zegar pozostający w początku tego pierwszego układu. Zakłada się, że mijany właśnie zegar też akurat pokazuje zero. To ustalenie to jedyna możliwość w naszych rękach na drodze do uzgodnienia wskazań zegarów z dwóch rodzin. Gdzie jednak na przedstawionym wykresie wypadnie punkt A, w którym centralny zegar z O' odmierzy 1 s (w oparciu o samoistne, autonomiczne procesy fizyczne definiujące sekundę), a gdzie wypadnie punkt B, w którym zegar z rodziny zsynchronizowanych zegarów, odległy w O' o 1 m (metr mierzony samoistnie w O' pomiędzy nieruchomymi zegarami za pomocą wzorca metrowego zbudowanego na podstawie encyklopedycznej definicji metra) pokaże 0 s, są najważniejszymi pytaniami z pogranicza fizyki i geometrii, jakie postawiono w drugiej połowie XIX w. Odpowiedzi szukać trzeba w rzetelnej analizie rzeczywistości, a nie w intuicji czy w wypowiedziach filozofów. Pełną odpowiedź znalazł Einstein w 1905 r. Znając jego rozwiązanie łatwo jest podać inną niż oryginalna drogę rozumowania, być może przystępniejszą dla początkujących adeptów teorii względności. Mam zresztą nadzieję, że i Czytelnik znający już teorię Einsteina pogłębi swoje zrozumienie tej teorii zapoznając się z podejściem tu prezentowanym.

Jeśli tylko dopuścimy myśl, że punkt B mógłby mieć położenie inne niż $x = 1$, $t = 0$, to rysują się możliwości wyjścia z impasu. Dla usunięcia paradoksu musiałoby się okazać, że odległości między jednoimiennymi ładunkami, które są równe dla plusów i minusów w pierwszym układzie odniesienia (co oznacza, że przewód jest elektrycznie obojętny w tym układzie – taką sytuację możemy stworzyć świadomym działaniem i taką sytuację rozpatrujemy), stałyby się nierówne w drugim. Takie coś oznaczałoby, że dla drugiego obserwatora przewód byłby **naładowany**, a w konsekwencji ładunek próbny, początkowo nieruchomy, na który nie działa siła magnetyczna, **też przyciągany byłby** przez przewód, tyle że przez siłę elektryczną. To byłoby rozwiązanie paradoksu. Na rysunku 2 zaznaczona jest linia od centrum do takiego hipotetycznego punktu B. Czytelnik zechce łaskawie policzyć, że na odcinku od centrum do B (czyli w chwili $t' = 0$) znajduje się, nie licząc brzegów, 14 plusów i 16 minusów, podczas gdy w chwili $t = 0$ wewnątrz odcinka jednostkowego znajduje się 15 plusów i 15 minusów! To nie trick, to geometryczny banał. Proszę policzyć jeszcze raz. Ale jak od tych uwag o konieczności rewizji poglądów na czas i odległość dojść do wyników ilościowych?



Rys. 3

Przyjmijmy, że mamy do czynienia z dwiema identycznymi grupami zegarów zsynchronizowanych w ich układach spoczynkowych, rozmieszczonymi w jednostkowych odstępach (przy wykorzystaniu takiej samej definicji metra przez każdego z obserwatorów). W każdej z rodzin wyróżniamy po jednym zegarze, od którego mierzy się odległości. Zegary te stanowią początki swoich układów. Przyjmujemy, że zegary w początkach swoich układów pokazują zero wtedy, gdy właśnie się mijają. Zwroty określające znaki współrzędnych wybieramy (na razie) przeciwnie w obu układach. Każdy z układów porusza się z prędkością $-V$ względem tego drugiego.



Jeśli współrzędne punktu A na rysunku 2 oznaczyć (b, d), a punktu B – (a, c), to jasne jest, że w ogólności związek między współrzędnymi czasoprzestrzennymi będzie

$$x = ax' + bt' , \tag{1}$$

$$t = cx' + dt' . \tag{2}$$

Zadanie nasze polega na wyznaczeniu tych czterech współczynników jako funkcji prędkości. Ponieważ sytuacja wzajemna obu układów jest absolutnie identyczna, obowiązywać musi również

$$x' = ax + bt , \tag{3}$$

$$t' = cx + dt . \tag{4}$$

Podstawiając (3) i (4) do (1) dostajemy

$$\begin{aligned} x &= a(ax + bt) + b(cx + dt) = \\ &= (a^2 + bc)x + b(a + d)t = \\ &= 1x + 0t , \end{aligned} \tag{5}$$

co prowadzi do pierwszych dwóch równań na a, b, c, d

$$a = -d , \tag{6}$$

$$a^2 + bc = 1 . \tag{7}$$

Dla zegara w początku układu O' mamy stale $x' = 0$; podstawiając $x' = 0$ do (1) i (2) i dzieląc stronami powinniśmy dostać jego prędkość $-V$, więc

$$b/d = -V . \tag{8}$$

Równania (6), (7) i (8) pozwalają wyrazić trzy niewiadome funkcje prędkości a, b i c przez jedną już tylko funkcję $d(V)$ i zapisać podstawową transformację (1) i (2) w postaci:

$$x = -d(x' + Vt') , \tag{9}$$

$$t = d(t' + x'V(1 - d^{-2})/V^2) . \tag{10}$$

Teraz możemy zmienić zwrot na osi x, bo tak jest na ogół wygodniej:

$$x = d(x' + vt'), \tag{11}$$

$$t = d(t' + x'V(1 - d^{-2})/V^2). \tag{12}$$

Rozpatrzmy także trzeci układ O'', który porusza się z prędkością U względem układu O'. Oznacza to, że dla zegara z początku O'' zachodzi $x' = Ut'$. Podstawiając te wartości do (11) i (12), a potem dzieląc stronami otrzymamy prędkość układu O'' względem układu O. Oznaczmy ją "$U + V$" dla przypomnienia, że według Galileusza prędkość ta byłaby zwykłą sumą. Otrzymujemy więc

$$\text{"}U + V\text{"} = (U + V)/\left\{1 + UV[(1 - d^{-2}(V))/V^2]\right\}. \tag{13}$$

Wielowiekowe przesądy na temat zachowania się ruchomych zegarów sprowadzają się w świetle naszych dotychczasowych wyników zawartych we wzorach (11), (12), (13) do postulowania, iż, nieoznaczona na razie, funkcja $d(V)$ jest tożsamościowo równa 1. Wzory (11) i (12) po wstawieniu tam $d = 1$ opisują tzw. transformację Galileusza, będącą podstawą klasycznej fizyki aż do końca XIX w. Nie istnieje jednak żaden argument logiczny, który by zmuszał do przyjęcia $d = 1$. Czytelnik ma prawo się spodziewać, że wyznaczymy funkcję $d(V)$ dobierając ją tak, by zlikwidować paradoks, od którego zaczęliśmy. Do pewnego stopnia tak będzie. Żeby postawić kropkę nad i w wyznaczaniu $d(V)$, ostatecznie powrócimy do naszych ładunków. Jest jednak rzeczą interesującą, że pełny matematyczny kształt funkcji $d(V)$ udaje się wyznaczyć na drodze czystej dedukcji będącej kontynuacją rozważań prowadzących od wzorów (1) i (2) do wzorów (11) i (12).

Przyjrzyjmy się wzorowi (13). Podaje on prędkość początku układu O'' jako złożenie jego własnej prędkości U i prędkości unoszenia V. Gdy jednak rozważyć ruch układu O względem układu O'', to U będzie prędkością unoszenia, a V prędkością własną (skrupulatny Czytelnik mógłby domagać się postawienia znaku „minus" przy tych prędkościach, co można zrobić, ale można też powiedzieć, że dla tej części obliczeń zmieniliśmy zwroty wszystkich trzech osi). Powinniśmy więc we wzorze (13) zamienić V na U i U na V i mimo to dostać tę samą prędkość:

$$(U + V)/\left\{1 + UV[(1 - d^{-2}(V))/V^2]\right\} = (V + U)/\left\{1 + VU[(1 - d^{-2}(U))/U^2]\right\}. \tag{14}$$

Czytelnik bez trudu odczyta z powyższego wzoru, że sprowadza się on do następującego, prostszego

$$(1 - d^{-2}(V))/V^2 = (1 - d^{-2}(U))/U^2. \tag{15}$$

Jest to fantastyczny wynik! Jako wyprowadzony dedukcyjnie, bez odwoływania się do konkretnego doświadczenia, jest on niezwykle ogólny i ścisły, co najmniej tak dokładny jak samo pojęcie układu inercjalnego. Podkreślam tu mocno, że rozumowanie prowadzące do wzorów (11), (12), (13) i (15) nie było w żadnej mierze zależne od omówionych w pierwszej części własności prądów; analiza oddziaływań magnetycznych odgrywała, jak dotąd, rolę jedynie motywacyjną, skłaniając do refleksji nad podstawami pojęcia czasu i prędkości.

Wzór (15), mówiący, że kombinacja $(1 - d^{-2}(V))/V^2$ nie zmieni swej wartości, gdy V zastąpimy przez U, oznacza, że kombinacja ta w ogóle od V nie zależy, czyli że jest to pewna uniwersalna stała, niezależna od fizycznego kontekstu. Oznaczmy ją literą, którą najczęściej wybiera się dla dowolnej stałej, tj. C.

$$(1 - d^{-2}(V))/V^2 = C. \tag{16}$$

Równanie to bez trudu rozwiązujemy względem $d(V)$:

$$d(V) = 1/\sqrt{1 - CV^2}. \tag{17}$$

Podstawiając uzyskany wynik do wcześniejszych wzorów dostajemy ostatecznie:

$$x = (x' + Vt')/\sqrt{1 - CV^2}, \tag{18}$$

$$t = (CVx' + t')/\sqrt{1 - CV^2}, \tag{19}$$

$$\text{"}V + U\text{"} = (V + U)/(1 + CVU). \tag{20}$$

Rozważania nasze w części kinematycznej były niezwykle ogólne. Przejawia się to w tym, że ostateczny wynik obejmuje swym zasięgiem nie tylko nową fizykę związaną z niezerową wartością C, ale w szczególności także fizykę Galileusza. Podstawienie $C = 0$ we wzorach (18), (19), (20) przekształca je we wzory klasyczne. Jest to dowód na to, że w całym rozumowaniu nie wystąpiły żadne założenia, które byłyby sprzeczne z fizyką klasyczną. Myśmy się jedynie powstrzymali przed pewnymi pochopnymi założeniami, jakie musiały być poczynione przez klasyków po to, by uzyskać $C = 0$.

Dla $C < 0$ wzory opisują związki między współrzędnymi prostokątnymi w dwóch wzajemnie obróconych układach na zwykłej płaszczyźnie. $C = -1$ pojawi się wtedy, gdy na obu osiach będą wybrane różne miary (takie same wszakże w obu układach). Niech Czytelnik spróbuje wyrazić kąt obrotu przez C i V.

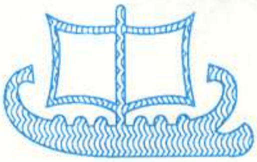
Pozostaje ustalić, jaka jest liczbowa wartość stałej C, gdy czas mierzymy w sekundach, a odległości w metrach. Dopiero teraz jest nam potrzebny znów kontakt z doświadczeniem. Jedno wiemy z góry, musi to być wielkość bardzo mała, skoro nie zauważono jej przez kilka stuleci!


Zanim nawiążemy do doświadczenia, ustalmy związek między odległością l dwóch zegarów spoczywających w O a różnicą l' ich położeń w ustalonej chwili, np. $t' = 0$ w układzie O'. Jeden z tych zegarów niech będzie w początku układu, drugi stale w punkcie $x = l$. W chwili $t' = 0$ pierwszy zegar jest również w początku układu O', a drugi w szukanym l'. Jeśli $t' = 0$, zaś $x' = l'$, to ze wzoru (18) wynika, że

$$l' = l\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{21}$$

W układzie O', w którym rozpatrywane dwa zegary (tak samo jak i każde inne dwa ciała, np. ładunki) są w ruchu, ich chwilowe (równoczesne w tym układzie) odległości l' różnią się o czynnik $\sqrt{1 - CV^2}$ od odległości spoczynkowej l. Gdy C jest dodatnie, występuje więc skrócenie rozpatrywanej odległości. Z kolei odstęp czasu t' mierzony w O' przez jeden zegar, np. pozostający w początku O' mierzony w O przez wskazania dwóch kolejno mijanych zegarów wydłuży się o ten sam czynnik

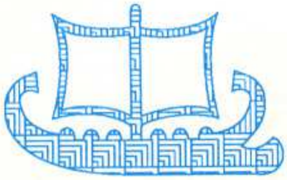
$$t = t'/\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{22}$$



Wracamy teraz do naszych rysunków z prądami.

Zmniejszanie odległości między cząstkami naładowanymi oznacza zwiększanie gęstości ładunku o ten sam czynnik. W układzie spoczynkowym ładunków dodatnich ładunki ujemne są bliżej siebie niż w swoim własnym układzie spoczynkowym, a więc ich gęstość w O' staje się równa

$$-\eta/\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{23}$$



Ładunki dodatnie będąc w ruchu w układzie pierwszym, a więc już kinematycznie ściśnięte, miały, z założenia, gęstość η. Ich gęstość własna w O' musi zatem być równa

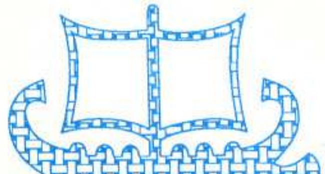
$$\eta\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{24}$$

Dodając powyższe gęstości uzyskujemy w układzie O' wypadkowe naelektryzowanie na jednostkę długości

$$\eta' = -\eta CV^2/\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{25}$$

Przewód z taką gęstością ładunku wytwarza w odległości r pole elektryczne

$$E' = \eta'/2\pi\varepsilon_0 r\,. \tag{26}$$



Wykorzystując związek $\eta V = I$, możemy siłę elektryczną zapisać w postaci

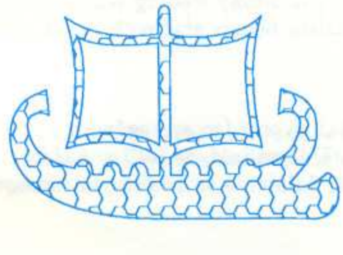
$$F' = QE' = QVCI/2\pi\varepsilon_0 r\sqrt{1 - CV^2}\,. \tag{27}$$

Cząstka próbna w układzie O' początkowo spoczywa. Można dla obliczenia niewielkiego przyrostu jej pędu skorzystać z prawa Newtona: $\mathrm{d}p' = F'\mathrm{d}t'$. Uwzględniając związek

$$\mathrm{d}t' = \mathrm{d}t\sqrt{1 - CV^2} \tag{28}$$

możemy napisać

$$\mathrm{d}p' = \mathrm{d}t\, QVCI/2\pi\varepsilon_0 r\,. \tag{29}$$

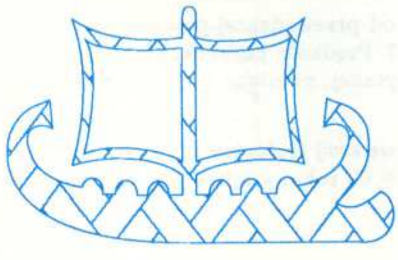


Przyrost pędu cząstki próbnej obliczony w układzie spoczynkowym O ładunków ujemnych, spowodowany działaniem siły magnetycznej, wynosi

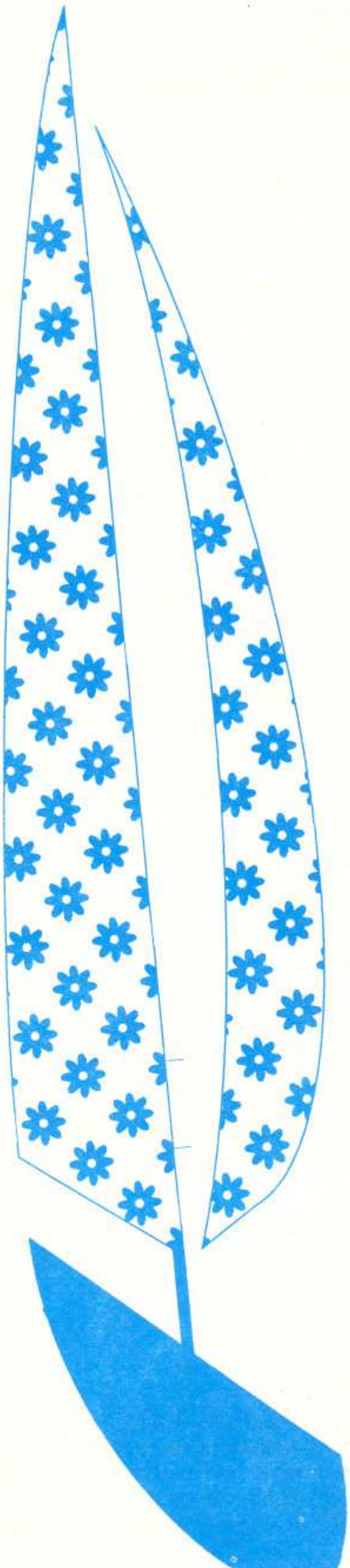
$$\mathrm{d}p = \mathrm{d}t\, QV\mu_0 I/2\pi r\,. \tag{30}$$

Porównanie wzorów (29) i (30) powinno dostarczyć nam pełnej satysfakcji! Paradoks usunięty – oba wzory przewidują taką samą zależność popędu od Q, od V, od I i od r. Ich pełna zgodność wymaga już tylko, by

$$C = \mu_0\varepsilon_0\,. \tag{31}$$



Z faktu, że równoległe prądy akurat się przyciągają, wynika, iż $C > 0$ i że z galileuszowych wyobrażeń o czasie i przestrzeni trzeba zrezygnować. Z drugiej strony, jest niezwykle satysfakcjonujące, że argumenty o względności ruchu pozwalają wyznaczyć podstawowe cechy siły magnetycznej na drodze czysto dedukcyjnej. Wyznaczając wartość C z jakichkolwiek innych, wystarczająco dokładnych doświadczeń kinematycznych (bez związku z elektrodynamiką) moglibyśmy przewidzieć nie tylko ogólną postać, ale i dokładną wartość siły magnetycznej na podstawie samej znajomości prawa Coulomba. Historycznie wszystko było całkowicie inaczej. Rzeczy dzisiaj oczywiste wydawały się niepojęte, za oczywiste zaś uważano hipotezy, o których



dzisiaj nie wypada mówić w towarzystwie. Większość podręczników przedstawia teorię względności usiłując wciągnąć Czytelnika w historyczne dylematy, których zrozumienie pochłania większość sił uczącego się. W efekcie często powstaje wrażenie, że jest to teoria trudna, tajemnicza, a nawet kontrowersyjna. Tymczasem stwierdzenia szczególnej teorii względności zawarte we wzorach od (18) do (22) ze stałą C o wartości danej wzorem (31) są równie pewne i równie ugruntowane jak twierdzenie Talesa czy Pitagorasa.

Stała μ_0 służy, jeśli tak wolno powiedzieć, do definicji ampera w układzie SI i wynosi, z definicji $4\pi 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$. Stałą ε_0 można wyznaczyć np. mierząc w jednostkach SI (opartych na tymże amperze) pojemność kondensatora próżniowego o znanej powierzchni S płytek i ich odległości d (pojemność ta dana jest, jak wiadomo, wzorem $\varepsilon_0 S/d$). Stała ta, zmierzona po raz pierwszy przez Webera i Kohlrauscha w 1856 r. bez jakiegokolwiek związku z falami elektromagnetycznymi, których istnienia nawet jeszcze nie podejrzewano, wynosi $8,85\times 10^{-12}$ F/m. Podstawiając do (31) wartości obu stałych otrzymuje się

$$C = 1,1\times 10^{-17}\ \mathrm{s^2/m^2}\,. \tag{32}$$

Stałą C zapisuje się najczęściej w postaci

$$C = 1/\mathrm{c}^2\,, \quad \text{gdzie } \mathrm{c} = 3,0\times 10^8\ \mathrm{m/s}\,.$$

Korzystając ze wzoru (20) łatwo udowodnić, że prędkość $\mathrm{c} = 1/\sqrt{C}$ w jednym układzie równa jest także c w innym układzie odniesienia:

$$\text{„}V + 1/\sqrt{C}\text{”} = 1/\sqrt{C}\,.$$

Istnienie takiej niezmienniczej prędkości jest najbardziej znaną cechą szczególnej teorii względności. W podejściu zaprezentowanym w tym artykule istnienie tej prędkości, a także jej wartość, jest rezultatem płynącym z teorii względności, a nie, jak zazwyczaj, założeniem.

Na samo zakończenie chciałbym jeszcze zwrócić uwagę, że prędkości elektronów w metalach związane z przewodzeniem prądu rzadko przekraczają 1 mm/s. Relatywistyczne skrócenie odległości przy takich prędkościach odpowiedzialne jest w istocie za działanie silników elektrycznych, prądnic itp. Obala to mit, że szczególna teoria względności ma znaczenie dopiero przy niewyobrażalnie dużych prędkościach. I prędkość ślimaka musi być czasami, i to nie z pedanterii, traktowana jako prędkość „relatywistyczna”.

Zadania

Redaguje Paweł STRZELECKI

M 640. Który z trójkątów mających boki o długości a, b, c, gdzie $0 \le a \le 1 \le b \le 2 \le$ $\le c \le 3$, ma największe pole?
Rozwiązanie na str. 6

M 641. W dwóch szeregach ustawieni są uczniowie siódmej i ósmej klasy. Za każdym siódmoklasistą stoi wyższy od niego ośmioklasista. Wykazać, że jeśli siódmoklasistów ustawimy w szeregu według wzrostu, a za nimi stanie ustawiony według wzrostu szereg ośmioklasistów, to nadal za każdym siódmoklasistą będzie stał wyższy od niego ośmioklasista.
Rozwiązanie na str. 6

M 642. Żołnierzy w pułku ustawiamy tak w prostokąt $m \times n$ (m szeregów, n kolumn), że w każdym szeregu żołnierze stoją według wzrostu. Udowodnić, że jeśli w każdej kolumnie żołnierzy ustawimy teraz według wzrostu, to żołnierze w dowolnym szeregu będą nadal ustawieni według wzrostu.
Rozwiązanie na str. 6

Redaguje Jarosław KULPA

F 339. Elektron znajduje się w odległości $x = 1$ cm od przewodzącej płaszczyzny. Po jakim czasie elektron znajdzie się na płaszczyźnie? Prędkość początkowa elektronu jest równa zeru. Rozważyć jedynie efekty fizyki klasycznej, pominąć promieniowanie.
Rozwiązanie na str. 7

F 340. W jakim czasie kometa Halleya pokona połowę swej trajektorii znajdującej się bliżej Słońca. Okres obiegu komety wynosi $T = 76,09$ roku, a mimośród elipsy, po której porusza się kometa, jest równy $e = 0,97$.
Rozwiązanie na str. 7