

O pewniku Euklidesa

Wiadomo, że stwierdzenie *przez punkt nie leżący na prostej przechodzi dokładnie jedna równoległa do danej* jest kluczowym faktem geometrii euklidesowej. Tak właśnie brzmi aksjomat zwany tradycyjnie piątym postulatem, pewnikiem Euklidesa lub aksjomatem o równoległych. Euklides w swoich *Elementach* wypowiedział go jednak zupełnie inaczej:

Jeżeli dwie proste przy przecięciu z trzecią tworzą po jednej stronie kąty wewnętrznie jednostronne, których suma jest mniejsza od dwóch kątów prostych, to te proste przecinają się przy dostatecznym przedłużeniu, i to po tej właśnie stronie. Mimo iż zawile, sformułowanie to jest równoważne z poprzednim – to znaczy, że przyjmując za prawdziwe jedno z tych stwierdzeń możemy wykazać drugie i odwrotnie (nb. powszechnie używana wersja została podana prawdopodobnie dopiero w 1796 roku przez J. Playfaira).

Niemal od chwili powstania *Elementów* krytycy i komentatorzy próbowali udowodnić piąty postulat Euklidesa. We wszystkich jednak dowodach wykorzystywano fakty, które były równoważne z tymże pewnikiem. Twierdzenia te przyjmowały czasem postać wydawałoby się zaskakująco odległą od aksjomatu o równoległych. Oto niektóre z nich:

Istnieją przynajmniej dwa trójkąty podobne nieprzystające. Wysokości w trójkącie przecinają się w jednym punkcie.

Na każdym trójkącie można opisać okrąg.

Istnieje kwadrat.

Przez każdy punkt wewnętrzny kąta wypukłego można poprowadzić prostą przecinającą oba ramiona tego kąta.

Istnieje trójkąt, w którym suma kątów jest równa kątowi półpełnemu.

Jeśli proste się nie przecinają, to odległość między punktami jednej z nich a druga jest ograniczona.

Powyższe twierdzenia dowodzone są zazwyczaj w kursach geometrii przy mniej lub bardziej jawnym wykorzystaniu pewnika Euklidesa. Ale na podstawie każdego z nich z osobna można elementarnie wykazać piąty postulat.

Zdzisław POGODA

Jeszcze inna wersja jednego z pewników Euklidesa

także stara, ale chyba młodsza od podanych powyżej, mówi, że *przez dowolne trzy punkty płaszczyzny można poprowadzić prostą – tyle odpowiednio grubą.*

Prostokąt można podzielić na skończoną liczbę mniejszych prostokątów tak, by każdy z nich miał przynajmniej jeden bok o długości będącej liczbą całkowitą; stąd wynika, że i duży prostokąt ma bok o długości całkowitej.

Nie umieliśmy tego udowodnić elementarnymi metodami i zwróciliśmy się z prośbą o pomoc do Czytelników (*EPSILON* nr 7). Otrzymałiśmy w tej sprawie wiele listów. Poprawne i bardzo pomysłowe (z reguły różne!) rozwiązania przekazali nam Panowie: Piotr Chmiel, Bolesław Gawęł, Mieczysław Jędrzejowski, Piotr Wojciech Śniady, Apoloniusz Tyszka i Klaudiusz Wójcik. Panowie: Piotr Kumor i Marcin Mazur znaleźli rozwiązania w literaturze matematycznej, a Pan Tomasz Bartoszyński przysłał dwa rozwiązania, które przekazał mu Pan Martin Goldstern z Izraela. Dwa rozwiązania zadania zamieściła już *Delta* (11/1991, 1/1992). Autorom rozwiązań bardzo dziękujemy i serdecznie gratulujemy.

Coś z życia

Komputer to taki niesłychanie sprawny idiota.
(Hugo Steinhaus)

„Poczta elektroniczna” (*e-mail*), czyli rozpowszechnione w ostatnich latach „połączenie komputerowe” umożliwiła użytkownikowi przesłanie informacji czy dłuższego tekstu innej osobie (nawet na drugim końcu świata) – praktycznie w ciągu kilku godzin. Jeśli tylko w danej miejscowości jest założony „węzeł” tej poczty, to wystarczy usiąść przy komputerze, podłączyć się do sieci, wystukać elektroniczny adres osoby, której chce się przesłać wiadomość i napisać list. Gdy po pewnym (krótkim) czasie adresat sprawdzi „skrzynkę pocztową” w komputerze u siebie, znajdzie przekazany tekst. Można w ten sposób przysłać nawet kilkusetstronicowe prace. W Polsce już w kilku ośrodkach akademickich węzły zostały założone.

Ostatnio pewnemu fizykowi, dr. X., zdarzyła się oryginalna przygoda. Wyjechał on na kilka tygodni do Włoch, do Triestu; od razu założył sobie tam konto poczty elektronicznej i chciał wysłać wiadomość do współpracującego z nim profesora Y. z Kanady. Okazało się jednak, że oprogramowanie komputera jest zupełnie inne niż to, którego używał w Polsce. Udało mu się, po pewnych kłopotach „wejść” do programu wysyłającego listy. Podał elektroniczny adres pana Y., nazwisko swoje, nazwisko adresata, przeszedł kursorem do linijki niżej, po czym wpadł na pomysł wprowadzenia drobnej zmiany przy danych nadawcy. Niestety – kursor absolutnie nie chciał wrócić do góry. Pan X. próbował różnych klawiszy – bez rezultatu. Napisał więc słowo *help*, licząc, że pokaże się na ekranie jakaś pomocna mu wskazówka – ale i to nic nie dało. Naciskał zatem dalej rozmaite przyciski – i nagle wszystko znikło.

Okazało się, że do Kanady został wysłany list następującej treści:

To: Professor Y. in Toronto
From: X. in Trieste
HELP.