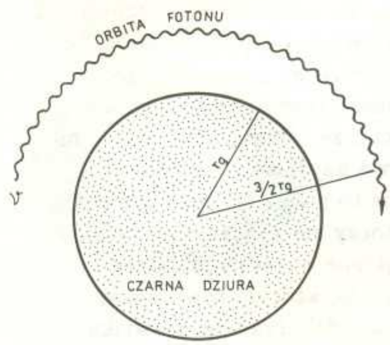
Fotony w polu grawitacyjnym

Tadeusz JARZĘBOWSKI



Rys. 1. W odległości 3/2 promienia grawitacyjnego $r_g = 2GM/c^2$ fotony powinny krążyć wokół czarnej dziury po orbitach kołowych.

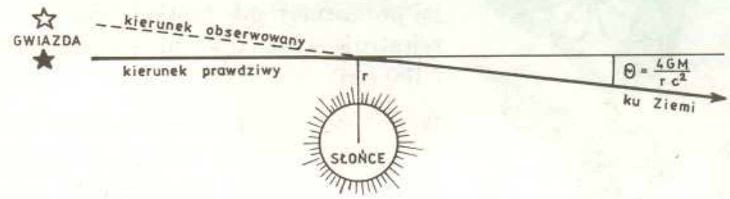
W szkole uczyliśmy się, że (w próżni) światło rozchodzi się po liniach prostych. Ale w pobliżu masywnych ciał tak nie jest – tu o prostoliniowości rozchodzenia się promieniowania elektromagnetycznego mówić już nie można. W silnym polu grawitacyjnym tor fotonu powinien ulegać zakrzywieniu.

Skrajny tego przypadek ilustruje rysunek 1. W bezpośrednim sąsiedztwie czarnej dziury – w odległości 3/2 jej promienia – fotony powinny krążyć wokół niej niczym satelita wokół planety. Do takiego wniosku prowadzi ogólna teoria względności Einsteina, tak miałoby to wyglądać w świecie o silnym zakrzywieniu czasoprzestrzeni.

Nie mamy, oczywiście, możliwości zaobserwowania obiegającego czarną dziurę promieniowania, jako że samo istnienie tych obiektów należy dziś jeszcze raczej do domeny teorii. Możemy natomiast dostrzec zachodzenie tego typu zjawiska w sąsiedztwie zwykłej gwiazdy. Nie jest to obiekt skondensowany, więc wpływ pola grawitacyjnego jest znacznie słabszy i, konsekwentnie, skala zjawiska skromniejsza. Na zmianę kierunku fotonu teoria Einsteina podaje tu wyrażenie

$$\Theta = \frac{4GM}{rc^2}\ \text{(radianów)}.$$

M oznacza masę gwiazdy, r zaś to odległość, w jakiej przebiega foton.



Rys. 2. Przebiegające w pobliżu Słońca kwanty świetlne zmieniają kierunek. W następstwie tego gwiazdy, usytuowane na niebie w pobliżu Słońca, widoczne są trochę dalej od niego.

Mówiąc o gwieździe mamy, oczywiście, na myśli nasze Słońce. Zmiana kierunku będzie największa, gdy za r podstawi się minimalną, mającą jeszcze sens wartość, tj. promień Słońca. Wówczas

$$\Theta = 8{,}46 \cdot 10^{-6}\ \text{rad} = 1{,}''75\,.$$

O taką wartość zmienić się zatem powinien kierunek fotonów przebiegających przy samej tarczy Słońca. Jak wynika ze wzoru, promieniowanie przebiegające w odległości, na przykład, pięciu promieni Słońca odchyli się o wartość pięciokrotnie mniejszą itp.

Konsekwencją tego zjawiska będzie fakt, iż gwiazdy, w pobliżu których znajduje się aktualnie na niebie Słońce, powinniśmy obserwować nieco dalej od niego (rys. 2). Weryfikacja teorii polega zatem na zmierzeniu tego przesunięcia. No cóż, gdybyśmy byli na Księżycu, sprawa prosta – tam w pobliżu świecącego Słońca widać gwiazdy. Ale nic z tych rzeczy na otulonej atmosferą powierzchni Ziemi. Jedyną i to dość skromną możliwość, jaką nam natura prawie każdego roku oferuje, stanowi ta minuta czy nieco więcej, w ciągu którego to czasu naszą gwiazdę przesłania Księżyc. Zadanie polega w tym przypadku na tym, by sfotografować fragment nieba z zaćmionym Słońcem i porównać ze zdjęciem otrzymanym pół roku wcześniej czy też później, gdy tę część nieba widać o północy. Jeżeli zjawisko występuje, pozycje gwiazd na kliszach powinny się różnić.

Pomiary takie wykonano po raz pierwszy w roku 1919, wkrótce po opublikowaniu pracy Einsteina. Konsekwentnie wykorzystywanych było następnie jeszcze kilkanaście zaćmień z lat późniejszych. Obserwacje potwierdzały przewidywane zmiany pozycji gwiazd, ale dokładność pomiarów nie jest tu zbyt wysoka. I nic dziwnego. Niewiele gwiazd da się dostrzec w czasie zaćmienia, zwłaszcza przy samym Słońcu, gdzie świeci korona; ich przemieszczenia na niebie są zaś tego rzędu, co rozmycie obrazów wywołane przez atmosferę ziemską. Otrzymane z pomiarów różnice w pozycjach gwiazd (przeliczone na skraj tarczy Słońca) wahały się w granicach od $1{,}''3$ do $2{,}''7$. Rozrzut znaczny, niemniej wyniki te przechyliły już zdecydowanie szalę na korzyść relatywistycznego traktowania zjawiska. Trzeba tu bowiem dodać, że z mechaniki Newtona też wynika zmiana kierunku przebiegających koło Słońca fotonów, ale z takiego klasycznego traktowania zjawiska otrzymuje się wartość dwukrotnie mniejszą, mianowicie tylko $0{,}''87$.

Roswiąsanie sadania M 682.
Niech v_n oznacza n-ty wyraz ciągu Fibonacciego ($v_1 = v_2 = 1$, $v_{n+2} = v_{n+1} + v_n$ dla $n \geq 1$). Wtedy $v_{m+1}v_{m+2} - v_m v_{m+3} = (-1)^m$ (indukcja!), a więc ze wzoru na różnicę arcus cotangensów mamy

$$\operatorname{arcctg} v_{2n} - \operatorname{arcctg} v_{2n+1} =$$

$$= \operatorname{arcctg} \frac{v_{2n}v_{2n+1} + 1}{v_{2n+1} - v_{2n}} =$$

$$= \operatorname{arcctg} \frac{v_{2n}v_{2n+1} + 1}{v_{2n-1}} = \operatorname{arcctg} v_{2n+2}.$$

Sumując od $n = 1$ do N dostajemy

$$\operatorname{arcctg} v_1 = \operatorname{arcctg} v_2 =$$

$$= \sum_{n=1}^{N} \operatorname{arcctg} v_{2n+1} + \operatorname{arcctg} v_{2N+2},$$

i stąd żądany wynik przy $N \to \infty$.

Rozwiązanie zadania M 688.
W koło jednostkowe o środku w początku układu współrzędnych $(0,0)$ wpiszmy 1993-kąt foremny tak, aby punkt $(1,0)$ był wierzchołkiem. Wierzchołki są końcami wektorów o początku w $(0,0)$. Suma tych wektorów jest wektorem zerowym $[0,0]$ (dlaczego?). Stąd suma wektorów różnych od $[1,0]$ jest równa $[-1,0]$. Żaden z tych wektorów nie leży na osi x. Ponadto wektory z górnej półpłaszczyzny ($y > 0$) są symetryczne do wektorów z dolnej półpłaszczyzny, a więc mają takie same x-owe składowe jak odpowiednie wektory z dolnej półpłaszczyzny, stąd suma x-owych składowych wektorów z górnej półpłaszczyzny jest równa $-1/2$. Ale suma ta jest równa szukanemu przez nas wyrażeniu.

Tak było do lat sześćdziesiątych. Nowe, nie znane przedtem możliwości badania tego zjawiska pojawiły się wraz z rozwojem astronomii radiowej. Pozycje kosmicznych źródeł promieniowania radiowego wyznaczać bowiem można ze znacznie większą dokładnością. Osiąga się to przez zastosowanie połączonych ze sobą odległych radioteleskopów – tzw. interferometrów. Natomiast atmosfera ziemska nie przeszkadza tu już tak, jak w dziedzinie widzialnej.

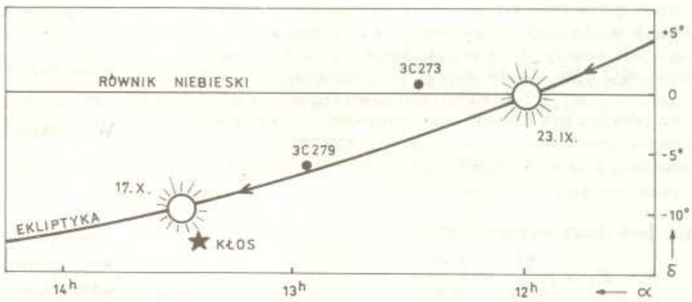
Ale *ad rem.*

Spójrzmy na wzór opisujący zmianę kierunku. Nie występuje w nim długość fali (czy też częstotliwość) promieniowania. Takiej samej zmianie kierunku podlegają więc zarówno fale świetlne, jak i rentgenowskie czy też radiowe. No więc właśnie – fale radiowe. Te docierają do powierzchni naszej planety przy niebie pogodnym, jak i podczas deszczu; przy ich odbiorze nie przeszkadza świecąca atmosfera, rejestruje się je tak samo w dzień, jak i w nocy.

Jeśli zatem do badania omawianego zjawiska zamiast gwiazdy emitującej fale widzialne wybierzemy „gwiazdę" wysyłającą fale radiowe, to na żadne zaćmienie Słońca nie trzeba będzie już czekać. Zmiany pozycji tego obiektu będzie można wyznaczać każdego stosownego dnia, gdy tylko Słońce jest nad horyzontem.

Najlepiej nadają się do tego celu kwazary. Z uwagi na ich dużą odległość są to radioźródła idealnie punktowe – a do badania pozycji takie właśnie są potrzebne. Mogą tu służyć, oczywiście, tylko te usytuowane w pobliżu linii ekliptyki, po której wędruje w ciągu roku Słońce.

Wybór padł najpierw na dwa znane, bliskie kwazary: 3C 273 i 3C 279. Leżą one w gwiazdozbiorze Panny, stosunkowo niedaleko punktu równonocy jesiennej i gwiazdy Kłos (α *Virginis*). Ich położenie na niebie ukazuje rysunek 3. W pobliżu pierwszego z nich Słońce przechodzi około 1 października; drugi leży prawie na samej ekliptyce, Słońce przesłania go tydzień później. Koniec września, pierwsza połowa października – to najstosowniejsza zatem pora do badania wpływu pola grawitacyjnego Słońca na promieniowanie radiowe biegnące od tych kwazarów. Obserwacje prowadzono w ciągu pięciu kolejnych jesieni, poczynając od roku 1969. Radioteleskopy wyznaczały pozycje tych kwazarów przez około dziewięć godzin każdego dnia. W latach 1974–75 wzięto na warsztat trójkę innych kwazarów (o oznaczeniach: 0111, 0116, 0119). Ta trójka to obiekty wiosenne; Słońce przechodzi koło nich w kwietniu.



Rys. 3. Położenie na niebie kwazarów 3C 273 i 3C 279. Podane daty odpowiadają położeniu Słońca na ekliptyce.

Wyniki wszystkich tych badań były zupełnie jednoznaczne. Gdy Słońce, w swej rocznej wędrówce po ekliptyce, zbliżało się do kwazara, jego obserwowana pozycja z lekka zmieniała się. W miarę zaś oddalania się Słońca położenie kwazara wracało do pierwotnego. W pierwszych latach obserwacji dokładność pomiarów była rzędu jednej dziesiątej sekundy, pod koniec osiągnięto już dokładność jednej setnej. No, a co najważniejsze, zmierzona wartość odchylenia wynosi dokładnie tyle, ile Einstein przewidział, tj.

$$\Theta = 1{,}''75 \pm 0{,}''01\,.$$

Relatywistyczne zakrzywienie toru fotonów w pobliżu dużych mas nie podlega więc już dziś żadnej wątpliwości. Badania radioastronomiczne potwierdziły to jednoznacznie.

Na koniec, w ramach dygresji, zwróćmy jeszcze uwagę, że tzw. soczewki grawitacyjne, na istnienie których wskazywały obserwacje w ostatnich latach, to jest to samo zjawisko, o którym w tym artykule mowa. Tematyki tej nie będziemy tu jednak poruszali.