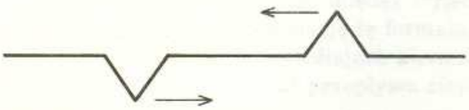
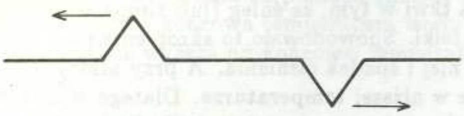
Zasada superpozycji

głosi, że dwie fale mogą przebiegać dany obszar przestrzeni niezależnie, tzn. w każdym punkcie i w każdej chwili wychylenie jest sumą wychyleń odpowiadających każdej z fal oddzielnie. Wynika stąd wniosek, że jeśli np. na strunie wytworzymy dwa impulsy biegnące naprzeciw siebie,



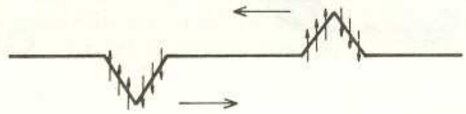
to w pewnym momencie fale „znikną", tzn. wychylenia się zniosą,

a następnie impulsy znów powstaną „z niczego".

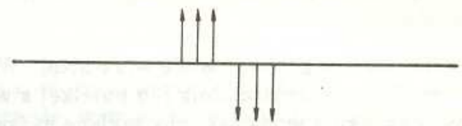


Czy ten – pozornie absurdalny – wniosek z zasady superpozycji jest prawidłowy i jak można go pogodzić z zasadą zachowania energii?

Wyjaśnienie paradoksu kryje się w tym, że energia fali występuje w dwóch postaciach – jako suma energii kinetycznych punktów ośrodka oraz suma energii potencjalnych (np. energii sprężystości, gdy fala powoduje rozciąganie i ściskanie ośrodka, lub energii grawitacyjnej, gdy mowa o falach na powierzchni wody). Energia potencjalna zależy od wychyleń punktów ośrodka, energia zaś kinetyczna od ich prędkości. Na przedstawionych rysunkach bezpośrednio widzimy tylko wychylenie punktów, a więc tylko energia potencjalna spada do zera i ponownie się „odtwarza". Aby omówić energię kinetyczną, zaznaczmy pionowymi strzałkami prędkości punktów ośrodka na pierwszym rysunku.



Widzimy, że nałożenie się impulsów oznacza dodanie (podwojenie) prędkości:



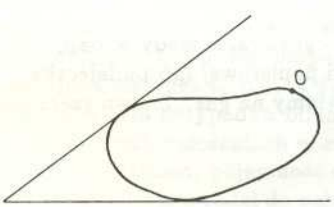
W momencie mijania się impulsów kosztem spadku energii potencjalnej do zera energia kinetyczna jest więc czterokrotnie większa niż dla pojedynczego impulsu.

Jerzy B. BROJAN

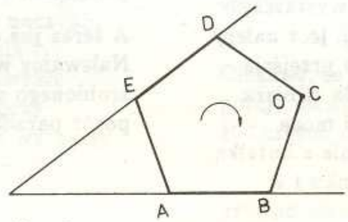
Nie wszystko koło, co się kręci

Następujące pytanie zostało postawione przez Andrieja Nikołajewicza Kołmogorowa. *Mamy dany kąt oraz punkt O wewnątrz niego* (rys. 1). *Czy istnieje figura inna niż koło, która może obracać się wewnątrz tego kąta w taki sposób, że będzie cały czas dotykała do obu jego ramion, punkt O zaś będzie leżał na jej obwodzie?*

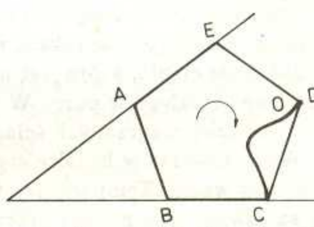
Oczywiście, koło ma tę własność. Ale nie tylko koło. A. Babiczew znalazł pewną klasę takich figur (*Kwant* 5/1981). Rozważmy, mianowicie, wielokąt foremny umieszczony w kącie utworzonym z przedłużenia dwóch jego boków. Niech natomiast punkt O będzie jednym z wierzchołków tego wielokąta (rys. 2a).



Rys.1



Rys. 2a



Rys. 2b. Po obrocie o kąt $2\pi/5$.

Jeśli teraz będziemy obracali ten wielokąt, to punkt O, oczywiście, nie będzie leżał na jego obwodzie, lecz będzie zakreślał pewną krzywą w jego wnętrzu. Jeśli obrócimy wielokąt o kąt 2π, to punkt O zakreśli pewien „kwiatek". Łatwo zauważyć, że figura w kształcie tego „kwiatka" spełnia już założenia zadania Kołmogorowa.

Powstają pytania. Czy istnieją inne figury o tej własności? A jeśli ograniczymy się do figur wypukłych, to czy istnieją jakieś figury różne od koła? A może zmodyfikować zadanie i rozpatrywać figury styczne nie do ramion kąta, lecz do jakichś innych figur?

Piotr HAJŁASZ

Sumę szeregu $1-1+1-1+1-1+\ldots$ można obliczyć bez trudu: $S = 1-1+1-1+1-1+\ldots =$
$= 1-(1-1+1-1+\ldots) = 1-S$, skąd $S=\frac{1}{2}$.
Błąd, oczywiście, polega na potraktowaniu szeregu tak, jakby reprezentował on liczbę – jeśli S nie jest liczbą, to z $S=1-S$ nie da się wyprowadzić zależności $S=\frac{1}{2}$.

Rodziców mamy dwoje. Dziadków czworo. Pradziadków ośmioro. Cofając się o n pokoleń będziemy mieli 2^n prapra...pradziadków. Biorąc $n=100$ (a więc cofając się o kilka tysięcy lat) mamy

$$2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} > 1000^{10} = 10^{30}.$$

Czy to trochę nie za dużo?