epsilon

4/92

(14)

O metodzie bezpośredniej

Jan E. MŁODZIENIASZEK

Research partially supported by Scientific Grant CHRZAN.04.92

1. Ogólne cechy metody.

Metoda bezpośrednia (po angielsku: *straightforward principle*) jest zasadą heurystyczną pomocną przy rozwiązywaniu różnorodnych zadań. Mimo szerokiego rozpowszechnienia samej idei jej jedność i uniwersalność pozostają skryte za bogactwem form, jakie przybiera ona w różnych dziedzinach, na gruncie których się pojawia. Urzekająca jest także zadziwiająca łatwość jej stosowania. Wyróżniamy trzy rodzaje (odmiany) metody bezpośredniej, które wygodnie będzie zapisać symbolicznie:
a) metoda bezpośrednia standardowa lub klasyczna (*classical straightforward principle*): $Z \to T$ – polegająca na wystartowaniu od założenia i dojściu do tezy,
b) metoda bezpośrednia odwrotna (*converse straightforward principle*): $\sim T \to \sim Z$ – polegająca na zaprzeczeniu tezie i osiągnięciu na tej podstawie zaprzeczenia założenia,
c) metoda bezpośrednia mieszana (*mixed straightforward principle*): $\sim T \wedge Z \to S$ – polegająca na otrzymaniu sprzeczności na podstawie wniosków z założenia i zaprzeczenia tezy.

Wydaje się, że ujęcie omawianej idei w ramy pewnej metody heurystycznej jest dostatecznie ogólnym punktem widzenia, dającym możliwość jej efektywnego zastosowania i pozwalającym na systematyzację wielu pozornie odmiennych zagadnień.

W dalszym ciągu prezentujemy pewną liczbę przykładów. Prostota niektórych z nich jest zamierzona i nie powinna skłaniać do uznania samej idei za całkiem trywialną.

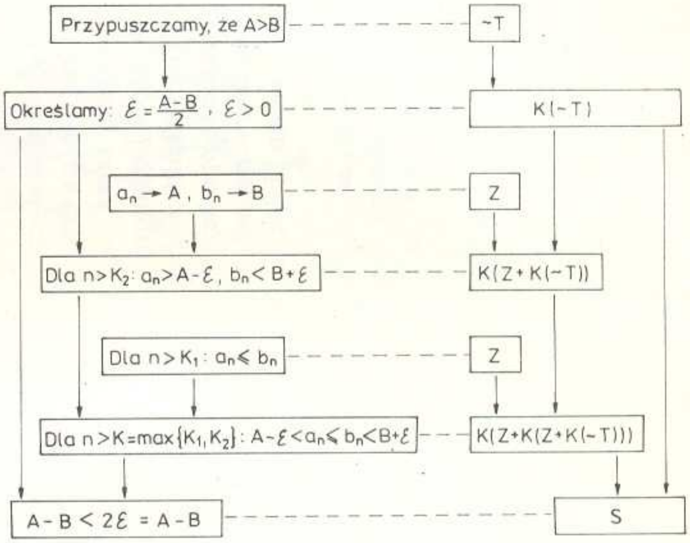
2. Przykłady zastosowań.

2.1. Geometria. Wykażemy, że *symetralne boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie.* Dowolny punkt S symetralnej boku $\overline{AB}$ spełnia warunek: $SA = SB$, symetralnej zaś odcinka $\overline{BC}$: $SB = SC$. Stąd punkt przecięcia O tych dwóch prostych spełnia warunek: $OA = OB = OC$, czyli należy do symetralnej boku $\overline{AC}$. Jak zapewne Czytelnik zauważył, wykorzystana tu została odmiana klasyczna metody bezpośredniej.

2.2. Algebra. Wykażemy, że *w grupie istnieje dokładnie jeden element neutralny.* Przypuśćmy, że istnieją dwa różne elementy neutralne e_1 i e_2; mamy wtedy $e_1 = e_1 * e_2 = e_2$ (gdyż e_1 i e_2 są elementami neutralnymi). Stąd $e_1 = e_2$, co jest sprzeczne z hipotezą. Zastosowaliśmy odmianę odwrotną.

2.3. Analiza. Stosując odmianę mieszaną (a dokładniej, pewien jej wariant) wykażemy twierdzenie: *Jeśli* $\lim a_n = A$ *i* $\lim b_n = B$ $(n \to \infty)$ *oraz* $a_n \le b_n$ *dla wszystkich* n *większych od pewnego* K_1, *to* $A \le B$.

Dla jaśniejszego obrazu użycia metody dowód przedstawimy za pomocą diagramu; $K(W)$ oznacza konsekwencję własności W



3. Uwagi końcowe.

Na zakończenie wymienimy w telegraficznym skrócie kilka hasłowych przykładów. Interpretacje ich w kontekście metody bezpośredniej pozostawiamy Czytelnikom w charakterze pożytecznego ćwiczenia.

- twierdzenie o stratyfikacji zbiorów semi-analitycznych (geometria semi-analityczna),
- twierdzenie o dualności (kohomologie Čecha-Alexandera),
- λ-lemat (gładkie układy dynamiczne),
- twiedzenie Hopfa o bifurkacjach (równania różniczkowe),
- twierdzenie Pitagorasa (geometria elementarna).

Metoda bezpośrednia nie jest, oczywiście, jedyną metametodą heurystyczną (por. *Delta* 5/1989, *Matematyka-Społeczeństwo-Nauczanie* 6/1991).

Pewne bardziej skomplikowane warianty trzech odmian metody bezpośredniej, ich analiza, klasyfikacja, związki między nimi oraz ich zastosowania zostały podane w interesującej pracy mojego kolegi E. Cabackiego i jego współpracownika T. I. Joke'a (Trans. Cuban Math. Soc. 88, 115-247). Nie będę więc tutaj rozwijał tego tematu.

Artykuł stanowi skrót referatu wygłoszonego przez autora na konferencjach w Wichita Falls (Texas, USA) i w Szczechach Wielkich (woj. suwalskie, Polska).

Autor pragnie wyrazić serdeczne podziękowania Prof. G. Sternowi i Dr. R. Crantzowi (uczeni ci znani są Czytelnikom *Delty* z numeru 7/1987 (przyp. red. *EPSILONA*)) z University of Warwick (Wlk. Brytania) za cenne uwagi na temat heurystyki matematycznej w ogóle, a w szczególności zastosowań metody bezpośredniej w teorii liczb.

Praca niniejsza została napisana podczas pobytu autora w II Università di Montecatini Terme (Włochy). Pobyt ten sfinansowany został przez Scientific Support For East Europe Foundation. Autor pragnie podziękować SSFEEF za wsparcie i uniwersytetowi za znakomite warunki do pracy.

Autor serdecznie dziękuje Monique za stworzenie ciepłej atmosfery podczas pisania artykułu.

Autor dziękuje Redakcji *EPSILONA* za życzliwe zainteresowanie jego badaniami. W dowód wdzięczności użyte zostaje robocze oznaczenie w dowodzie, w przykładzie 2.3 niniejszej pracy.

EPSILON – niezależny dodatek *Delty*. Redakcja: Krzysztof Ciesielski (naczelny), Danuta Ciesielska, Sławomir Cynk, Zdzisław Pogoda, Ananiasz Pośmiechowski. Adres do korespondencji: K. Ciesielski, Instytut Matematyki UJ, Reymonta 4, 30-059 Kraków, z dopiskiem ε.