Patrz w niebo

Ile lat ma Wszechświat? Na to bardzo zasadnicze pytanie najczęstszą odpowiedzią jest, że można to obliczyć znając tempo rozbiegania się galaktyk. Skoro prędkość ucieczki jest wprost proporcjonalna do odległości – a tak wynika z obserwacji – to kiedyś wszystkie galaktyki musiały znajdować się „w jednym punkcie". Współczynnik proporcjonalności w przytoczonym tu prawie Hubble'a wynosi w przybliżeniu 50 km/s/Mpc, więc wiek Wszechświata, jako odwrotność stałej Hubble'a, wynosi 20 mld lat (1 pc $= 3 \cdot 10^{16}$ m). Wynik ten jest jednak mocno niedokładny z kilku powodów. Podana tu wartość stałej Hubble'a dotyczy tylko obserwowanej części Wszechświata i wyznaczona jest na tyle niepewnie, że ostrożniejsi badacze do dziś wolą pisać: $H = 100\,h$ km/s/Mpc, gdzie $\frac{1}{2} \le h < 1$. Ponadto Wszechświat z pewnością ekspanduje niejednostajnie, podobnie jak porusza się kamień, który rzucony w górę zwalnia bez względu na to, jak silnie go rzucono. Tę niejednostajność opisuje tzw. parametr deceleracji. Mniejsza o jego formalną definicję, faktem jest, że jest on wyznaczony jeszcze mniej dokładnie niż stała Hubble'a. W rezultacie wypada przyznać, że wiek Wszechświata oceniany jest na 10 do 20 mld lat i że przydałaby się niezależna jego ocena.

Okazuje się, że można takiej oceny dokonać na podstawie analizy jasności białych karłów. Wydaje się rozsądne założenie, że Kosmos jest starszy niż najstarsze gwiazdy, a do takich zalicza się białe karły. Losy samotnych białych karłów (tzn. nie będących składnikami układów podwójnych) są przesądzone. Te gęste gwiazdy nie produkują już energii, pozbywają się jedynie wewnętrznego ciepła zgromadzonego we wcześniejszych fazach życia. Krótko mówiąc – świecą stygnąc i ich jasności muszą stopniowo maleć. Jest to proces bardzo powolny, ale najważniejsze, że można go opisać matematycznie, gdyż budowa i ewolucja białych karłów jest łatwiejsza do teoretycznego prześledzenia niż, na przykład gwiazd ciągu głównego. Jeżeli więc Wszechświat jest odpowiednio młody, to żaden z białych karłów nie powinien jeszcze tak wystygnąć, by stać się niewidocznym – istniałaby wtedy dolna granica ich jasności absolutnych.

Fakt ten został odkryty przez Jamesa Leiberta i jego współpracowników z University of Arizona. Stwierdzili oni, że liczba białych karłów wprawdzie rośnie ze spadkiem jasności absolutnej (tzn. coraz słabszych gwiazd tego typu jest coraz więcej), ale przy jasności absolutnej 16 mag gwałtownie spada. Teoretyczne przewidywania zależności liczby białych karłów od ich jasności nieźle zgadzają się z obserwacjami, są więc powody, by wierzyć w ocenę wieku tych najsłabszych gwiazd – około 9 mld lat.

By na tej podstawie oszacować wiek Wszechświata, trzeba uwzględnić jeszcze inne czynniki. Przede wszystkim: ile czasu ewoluuje gwiazda do stadium białego karła? Jeżeli nasze poglądy na ewolucję gwiazd są trafne, to biały karzeł o jasności absolutnej 16 mag ma masę około 0,8 masy Słońca, a z tego wynika, że jego macierzysta gwiazda miała masę zawartą między dwiema a czterema masami Słońca, gdy jeszcze spalała wodór. Teoria zaś mówi, że gwiazdy o takich masach ewoluują 300 mln lat do stadium białego karła, co należy doliczyć do dziewięciu miliardów.

Na tym nie koniec. Trzeba jeszcze doliczyć czas od samego Wielkiego Wybuchu do powstania pierwszych gwiazd w dysku naszej Galaktyki. Ocena tego jest znowu niepewna, aczkolwiek wszystkie akceptowane modele kosmologiczne skłaniają do przyjęcia tu w przybliżeniu 1 mld lat. Końcowy wynik byłby zatem 10,3 mld lat, co dowodziłoby, że stała Hubble'a wynosi raczej 100 km/s/Mpc, a nie 50, na co zgadza się obecnie chyba większość astronomów.

Autorzy przedstawionych tu w skrócie rozważań twierdzą, że ich błąd oceny wieku Wszechświata jest rzędu ± 2 mld lat i że może on zostać zredukowany w wyniku dalszych prac. W każdym razie w świetle tych badań i przy stałej Hubble'a wyznaczonej z obserwacji ucieczki galaktyk można by próbować oceniać parametr deceleracji, stąd średnią gęstość Wszechświata, która może silnie zależeć od masy (obecnie nie znanej) neutrin itd. Ciekawe, kiedy te wszystkie parametry ułożą się w naprawdę spójny model Wszechświata?...

Tomasz KWAST

W XIX w. była to bardzo ważna obserwacja pokazująca, że opłacało się budować duże statki parowe do przewozu towarów.

Użycie starannie dobranych zmiennych pozwala więc na przedstawienie wyników doświadczeń w sposób wskazujący bezpośrednio na fizykę badanych zjawisk. Odkrycie prawa skalowania jest często punktem wyjścia do budowy nowej teorii fizycznej. Pod koniec lat sześćdziesiątych J.D. Bjorken wysunął hipotezę, że w rozpraszaniu elektronów na nukleonach odpowiednio zdefiniowane wielkości, zwane funkcjami struktury nukleonu, powinny zależeć jedynie od jednej bezwymiarowej kombinacji dwóch zmiennych wymiarowych (tak zwana hipoteza skalowania Bjorkena).

Na przełomie lat sześćdziesiątych i siedemdziesiątych hipoteza skalowania została potwierdzona doświadczalnie. Można by się zapytać znowu: i co z tego? Otóż, można teoretycznie wyprowadzić skalowanie Bjorkena jedynie wówczas, jeśli założy się, że nukleony składają się z punktowych, swobodnych składników – kwarków! W ten sposób hipoteza skalowania przyczyniła się do ugruntowania roli kwarków (wprowadzonych wcześniej jako hipotetyczne obiekty tłumaczące niektóre właściwości cząstek elementarnych) jako rzeczywistych składników materii. W tym sensie kwarki zostały zaobserwowane doświadczalnie.

Analiza wymiarowa i skalowanie jest integralną częścią fizyki od ponad stu lat. Zastosowanie jej metod dwadzieścia lat temu w fizyce jądrowej i cząstek elementarnych spowodowało radykalne zmiany w naszym rozumieniu podstawowych składników materii i przyczyniło się do przyjęcia kwantowej teorii pól jako podstawy do budowy teorii oddziaływań fundamentalnych. Sprawdzajcie więc wymiary!

Rozwiązanie zadania F 829. Ruch wahadła możemy w przybliżeniu opisać za pomocą równania $x = x_0(t)\sin\omega t$, $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $x_0(0) = x_m$, przy czym $x_0(t)$ jest wolno zmienną funkcją czasu, a prędkość wynosi $v = x_0\omega\cos\omega t$. Siła oporów aerodynamicznych jest równa

$$F = -Av^2 = -Ax_0^2\omega^2\cos^2\omega t = \\ = -(x_0^2 - x^2)A\omega^2.$$

Praca w ciągu półokresu T wynosi

$$W = \int_{-x_0}^{x_0} F\,\mathrm{d}x = \frac{4}{3}A\omega^2 x_0^3.$$

Zmiana energii wahadła wynosi

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} \approx \frac{W}{T} = -\frac{4}{3}\frac{A\omega^2}{T}x_0^3,$$

ale

$$E = \frac{m\omega^2 x_0^2}{2},$$

gdzie m – masa wahadła, stąd

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = m\omega^2 x_0\frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t}.$$

Porównując dwa wyrażenia otrzymujemy zależność

$$\frac{\mathrm{d}x_0}{\mathrm{d}t} \sim x_0^2.$$

Rozwiązanie możemy odgadnąć w postaci

$$x_0(t) = \frac{x_m t_0}{t_0 + t}.$$

Stąd

$$x(2t_0) = \frac{x_m}{3}.$$

Rozwiązanie zadania F830. Skorzystamy z prawa skalowania (*) ze str. 3 dla siły oporu wody

$$F = \rho v^2 l^2 f(R).$$

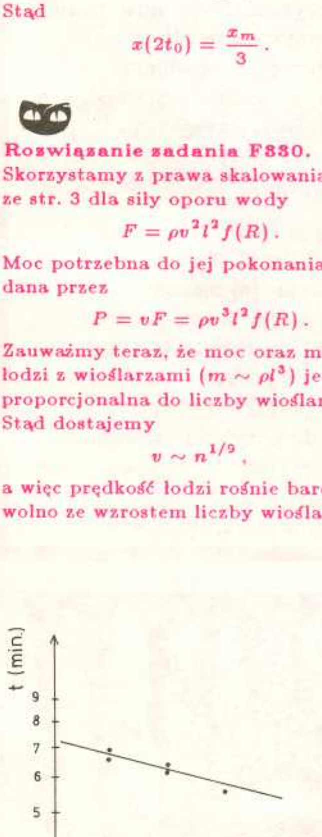
Moc potrzebna do jej pokonania jest dana przez

$$P = vF = \rho v^3 l^2 f(R).$$

Zauważmy teraz, że moc oraz masa łodzi z wioślarzami ($m \sim \rho l^3$) jest proporcjonalna do liczby wioślarzy. Stąd dostajemy

$$v \sim n^{1/9},$$

a więc prędkość łodzi rośnie bardzo wolno ze wzrostem liczby wioślarzy.



Wyniki regat międzynarodowych w Grünan (21. 06. 1964) w konkurencjach męskich na 2000 m w zależności od liczby wioślarzy.

W tym roku obchodzimy setną rocznicę urodzin Stefana Banacha, uznawanego przez wielu za najwybitniejszego matematyka polskiego. W związku z tym do końca tego roku będą się pojawiały w kolejnych numerach *Delty* (z pewnymi przerwami) artykuły związane z twórczością Banacha, a także z samą jego postacią.

Stefan Banach

Stefan Banach urodził się 20 marca 1892 roku w Krakowie. Jego ojciec nazywał się Greczek i pochodził z góralskiej rodziny. Zaraz po urodzeniu Banach został oddany na wychowanie do pewnej praczki nazwiskiem Banachowa, od której to przez wdzięczność przybrał nazwisko.

Dzieciństwo miał bardzo ciężkie. Mając 15 lat musiał zarabiać na swoje utrzymanie udzielając korepetycji.

Początkowo studiował matematykę jako samouk. Przez krótki czas uczęszczał na Uniwersytet Jagielloński, a następnie wstąpił na Politechnikę Lwowską. Gdy wybuchła I wojna światowa, przerwał studia i wrócił do Krakowa.

Jego sytuacja uległa radykalnej zmianie, gdy w 1916 roku Hugo Steinhaus idąc wzdłuż Plant usłyszał słowa „całka Lebesgue'a". Było to tak nieoczekiwane, że zaintrygowany zapoznał się z dyskutantami. Byli nimi Stefan Banach i Otto Nikodym. Steinhaus przedstawił wówczas problem, nad którym bezskutecznie pracował od dłuższego czasu. Ku jego zdziwieniu kilka dni później Banach przyniósł gotowe rozwiązanie.

Steinhaus uważał Banacha za swoje największe „odkrycie" matematyczne. To przypadkowe spotkanie otworzyło Banachowi drogę do błyskotliwej kariery.

W 1920 roku mimo braku ukończonych studiów został asystentem na Politechnice Lwowskiej. W tymże roku uzyskał stopień doktora. W 1922 roku odbyła się jego habilitacja, a po upływie dwóch miesięcy został mianowany profesorem. Warto może nadmienić, że wówczas na uniwersytecie we Lwowie było jedynie czterech profesorów matematyki (Banach, Ruziewicz, Steinhaus i Żyliński).

Banach jest twórcą analizy funkcjonalnej – jednej z najważniejszych gałęzi matematyki współczesnej. I choć podstawy analizy funkcjonalnej były już przed Banachem, to o jego roli przy powstaniu tej teorii może świadczyć choćby fakt, że trzy najważniejsze twierdzenia w analizie funkcjonalnej to twierdzenie Hahna-Banacha, Banacha-Steinhausa i twierdzenie Banacha o operatorze odwrotnym.

Najważniejszym dziełem Banacha była *Teorja operacyj* wydana w 1931 roku po polsku, a rok później po francusku. Było to jedno z tych dzieł, które wywarło największy wpływ na rozwój matematyki współczesnej.

Banach w swojej twórczości nie ograniczał się do analizy funkcjonalnej. Położył również duże zasługi w takich dziedzinach, jak teoria funkcji rzeczywistych, teoria szeregów ortogonalnych, opisowa teoria mnogości i teoria miary. Nic więc dziwnego, że wokół Banacha powstała błyskawicznie grupa matematyków tworząc słynną na cały świat Szkołę Lwowską – najsilniejszy wówczas na całym świecie ośrodek analizy funkcjonalnej.

Zamiłowanie do życia kawiarnianego i brak mieszczańskiej cnoty oszczędności wpędziły Banacha w długi. Chcąc wybrnąć z trudnej sytuacji finansowej zaczął pisać podręczniki. Tak powstał dwutomowy *Rachunek różniczkowy i całkowy*, a także kilka podręczników do szkół średnich.

Znaczna część dyskusji matematycznych odbywała się w Kawiarni Szkockiej we Lwowie. Bardzo często rezultaty owych dyskusji były zapisywane ołówkiem na marmurowym blacie, który następnie był starannie czyszczony przez sprzątaczkę. W taki sposób przepadło niejedno twierdzenie. Aby uniknąć takich sytuacji, założono „Księgę Szkocką" – gruby zeszyt przechowywany w kawiarni, w którym zapisywane były problemy. Za rozwiązanie niektórych z nich autorzy obiecywali nagrody – do żywej gęsi włącznie.

Banach spędził okupację we Lwowie. Tam też doczekał upadku hitlerowskich Niemiec.

Na krótko przed śmiercią otrzymał zaproszenie z Uniwersytetu Jagiellońskiego do objęcia katedry matematyki, lecz z tego zaproszenia nie zdążył już skorzystać.

Zmarł 31 sierpnia 1945 roku.

Opracował P. H.