Skoro kąt ε jest mały, to $\text{tg}\varepsilon \approx \varepsilon$, a wtedy rozwinięcie ostatniego tangensa w szereg da

$$v = M + \eta \sin M + \frac{1}{2}\eta^2 \sin 2M + \ldots$$

Widać, że mimośród Hipparcha η jest równy podwojonemu mimośrodowi orbity Słońca (Ziemi) $\eta = 2e$. Hipparch wyznaczył go znając czasy trwania pór roku. Niech wartości anomalii prawdziwej i średniej w punktach stanowisk Słońca (W – wiosennego, L – letniego, J – jesiennego, Z – zimowego) wynoszą odpowiednio v_1, v_2, v_3, v_4 i M_1, M_2, M_3, M_4. Zachodzi, oczywiście,

$$v_2 - v_1 = v_3 - v_2 = v_4 - v_3 = \pi/2,$$

różnice zaś

$$M_2 - M_1, \quad M_3 - M_2, \quad M_4 - M_3$$

są znane jako proporcjonalne do czasu trwania wiosny, lata i jesieni, M ma bowiem narastać jednostajnie w czasie. Z rozwinięcia w szereg wynika wtedy

$$v_2 - v_1 = (M_2 - M_1) + \eta(\sin[M_1 + (M_2 - M_1)] - \sin M_1) + \ldots,$$

gdzie niewiadomymi są η i M_1. Drugie równanie może zawierać np. $v_3 - v_1$, tak czy inaczej mimośród Hipparcha można w końcu wyznaczyć. Hipparch znalazł w ten sposób $\eta = 1/24$, czyli wartość dość zbliżoną do prawdziwej, która jest równa około 1/30 (por. artykuł A. Majhofera w *Delcie* 5/1984). Z porównania współczynników przy $\sin 2M$ widać, że błąd położenia Słońca na niebie w modelu Hipparcha może wynieść najwyżej $\frac{3}{4}e^2$ radianów, tj. $0\overset{\prime}{.}72$. Jest to mniej niż zdolność rozdzielcza oka, czyli tak prosty model zapewnia już maksymalną zgodność z obserwacjami prowadzonymi gołym okiem! Nawiasem mówiąc, rysując orbity planet Układu Słonecznego, obojętne w jakiej skali, niepodobna dostrzec ich spłaszczenia (mimośrody wszystkich orbit są dość małe), można natomiast dopatrzeć się, że Słońce nie leży dokładnie w ich środku, przynajmniej niektórych. Lepszy model można było opracować dopiero po wynalezieniu teleskopu. I tak się stało, a zrobił to – jak wiemy – Kepler półtora tysiąca lat poźniej wprowadzając zamiast skomplikowanego układu deferensów i epicykli po prostu elipsy.

Zadania

Redaguje Michał WOJCIECHOWSKI

M 616. Na płaszczyźnie dany jest skończony zbiór wielokątów, z których każde dwa mają punkt wspólny. Udowodnić, że istnieje prosta, która ma punkty wspólne ze wszystkimi wielokątami.
Rozwiązanie na str. 12

M 617. Czy istnieje taki wielomian P o współczynnikach całkowitych, że ciąg o n-tym wyrazie będącym sumą cyfr liczby $P(n)$ jest rozbieżny do nieskończoności? (Przyjmijmy, że suma cyfr liczb k i $-k$ jest taka sama.)
Rozwiązanie na str. 12

M 618. Udowodnić, że istnieje taki nieskończony ciąg ograniczony (x_k), że dla dowolnych n i m zachodzi

$$|x_n - x_m| \geq \frac{1}{|n-m|}.$$

Rozwiązanie na str. 9

Redaguje Jarosław KULPA

F 323. Na stole mała metalowa kulka wykonuje drgania o okresie $t = 2$ s. Jaki jest promień lokalnej krzywizny stołu? Zakładamy, że kulka porusza się bez poślizgu.
Rozwiązanie na str. 9

F 324. Kropla wody o promieniu $R = 1$ mm spada z kranu i rozpryskuje się w zlewie położonym o $h = 20$ cm niżej. Na jaką maksymalną liczbę n małych identycznych kropelek może rozprysnąć się ta kropla? Napięcie powierzchniowe wody $\sigma = 0,073$ N/m.
Rozwiązanie na str. 5