

Długość i szerokość

Marek KORDOS



Rozwiązanie zadania F 324.

Niech m oznacza masę kropli wody, ρ zaś jej gęstość. Energia związana z napięciem powierzchniowym wynosi $E = S \cdot \sigma$, gdzie S jest powierzchnią kropli. W krytycznym przypadku energia potencjalna kropli równa mgh przemienia się w energię napięcia powierzchniowego

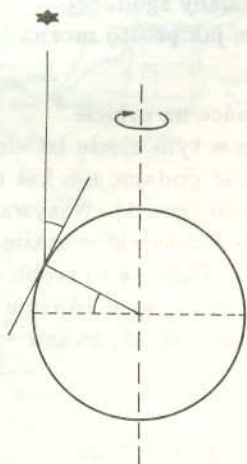
$$\frac{4}{3}\pi r^3 \rho gh = 4\pi r^2 \sigma - 4\pi R^2 \sigma,$$

gdzie r jest promieniem małych kropelek. Objętość wody nie zmienia się, stąd

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = n \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Rozwiązując powyższe równania znajdujemy

$$n = \left(1 + \frac{R\rho gh}{3\sigma}\right)^{3/2} \approx 31.$$



Kierunek osi ziemskiej na półkuli południowej żeglarze wyznaczyli posługując się Krzyżem Południa – pisaliśmy o tym w *Delcie* 3/1986.

Jak wiadomo z podręczników geografii, Ziemia ma tylko długość i szerokość, co (zgodnie z piątą definicją z *Elementów* Euklidesa) powoduje, że jest powierzchnią, jest dwuwymiarowa. Bo tak naprawdę to geografia interesuje się powierzchnią Ziemi, nie kulą ziemską, lecz ziemską sferą.

Położenie na powierzchni może być opisane dwoma parametrami. Opisując położenie na powierzchni Ziemi wykorzystujemy tę minimalną możliwość. Linie parametryczne (jak w geometrii różniczkowej nazywa się zbiory punktów powierzchni odpowiadające ustalonej wartości jednego z parametrów) to na Ziemi południki i równoleżniki. Jest to dość przyzwyczajone z matematycznego punktu widzenia sytuacja, bo linie te przecinają się pod kątami prostymi. Ale całkiem przyzwyczajone nie jest – są dwa punkty, dla których wartość jednego z parametrów nie jest określona.

Tu zadanie dla Czytelników: czy można tak opisać położenie punktów na Ziemi za pomocą (jakichś) dwóch parametrów, by linie parametryczne przecinały się pod kątami prostymi (uczenie: były ortogonalne) i by każdy punkt leżał na dokładnie jednej linii z każdej rodziny?

Z przyrodniczego punktu widzenia różnica między długością geograficzną a szerokością geograficzną (bo tak nazywamy parametry sfery ziemskiej) jest ogromna. Ustalenie szerokości geograficznej danego punktu może być wykonane w sposób obiektywny, ustalenie długości – nie.

Dla objaśnienia tej herezji najpierw inny przykład. Mierzenie kątów (w naszej zwykłej euklidesowej geometrii) daje się opisać czysto geometrycznie – w częściach kąta pełnego. Dobór nazw dla tych części może być różny: kąt pełny ma 2π radianów, 360 stopni, 400 gradusów, 6000 tysięcznych – w każdym jednak przypadku te jednostki można zdefiniować wewnątrz geometrii. Odmienne jest z długością – każdy odcinek jest geometrycznie taki sam, aby więc mierzyć długość, musimy jej jednostkę wziąć spoza geometrii. I tak się robi: albo są to rysy na metalowej szynie przechowywanej w Sèvres, albo jedna czterdziestomilionowa równika Ziemi, albo ileś tam długości fali ustalonego promieniowania lub tp.

Szerokość geograficzna może być zdefiniowana obiektywnie, bo przyroda wyróżnia na Ziemi dwa punkty – bieguny. Są to punkty, przez które przebiega oś obrotu Ziemi. I szerokość geograficzną mierzymy jako 90° minus kąt tworzony przez dany punkt – środek Ziemi – biegun i dodajemy jej nazwę: północna lub południowa w zależności od tego, do którego bieguna bliżej. Czemu „ 90° minus...”, a nie po prostu ten kąt? Z przyczyn praktycznych – na półkuli północnej jest to wzniesienie nad horyzontem Gwiazdy Polarnej (co bezpośrednio wynika z twierdzenia o kątach o ramionach odpowiednio prostopadłych). Szczęśliwym trafem mamy bowiem na niebie gwiazdę, przez którą przebiega (z dobrą dokładnością) oś obrotu Ziemi. I choć na półkuli południowej tak dobrze już nie jest (leżąca prawie na osi σ *Octantis* jest słabą gwiazdą piątej wielkości), to sposób mierzenia szerokości wygodny dla półkuli północnej rozszerzono na całą Ziemię.

Tak więc do zmierzenia szerokości geograficznej mogą wystarczyć (w sprzyjających warunkach) tylko przyrządy geometryczne. Długość geograficzna już takiej zalety nie ma. Dla jej określenia potrzebna jest niezależna od zjawisk przyrodniczych powszechna umowa, od którego południka należy ją liczyć. Jeszcze w XIX wieku używano „konkurencyjnych długości geograficznych” – dla jednej zerowy południk przechodził przez Londyn, dla drugiej przez Paryż.

Konsekwencją umowności długości geograficznej jest konieczność posiadania wzorca tej długości przez chcącego ją zmierzyć. Wzorec ów to zegarek, a dokładniej – pokazywany przez niego czas, ten czas, jaki jest w danym momencie na umownym zerowym południku. Jeżeli południe (najwyższe w danym dniu położenie Słońca lub, jeśli kto woli, chwila gdy Słońce jest dokładnie w kierunku południowym lub północnym od nas) przypada o godzinie h na wzorcowym zegarku, to długość geograficzna wynosi $\left(\frac{12-h}{15}\right)^\circ$ i jest wschodnia, gdy $12 < h$, zachodnia zaś w przeciwnym przypadku.

Problem wyposażenia floty w dobrze chodzące zegary był przez kilka stuleci bardzo ważny – bez tego nawigacja musiała być mniej lub bardziej „na oko”. Dziś, rzecz jasna, sprawa jest bardzo prosta do załatwienia, ale też właściwie mało potrzebna, bo nawigację prowadzi się za pomocą namiarów radiolatarni lub satelitów nawigacyjnych.

O perypetiach Johna Harrisona, konstruktora pierwszego zegara, spełniającego wymagane przez flotę warunki, pisaliśmy w *Delcie* 5/1986.