Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: Klub 44 M lub Klub 44 F. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł Weterana. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 7/1990.

Termin nadsyłania rozwiązań: 29 II 1992

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 215 (WT=1,44) i 216 (WT=2,51)
z numeru 2/1991

Tomasz Grzesiak	– Kraków	44,29
Krzysztof Zawisławski	– Warszawa	42,82
Tomasz Wietecha	– Tarnów	37,48

Numer sześćdziesiąty szósty w Klubie 44 (M): pan Grzesiak.

Zadania z matematyki nr 229, 230

Redaguje Marcin E. KUCZMA

229. Dany jest czworościan $OABC$ oraz trójkąt KLM o wierzchołkach K, L, M leżących odpowiednio na krawędziach OA, OB, OC. Dowieść, że jeżeli na każdym z czworokątów $ABLK$ i $ACMK$ można opisać okrąg, to również na czworokącie $BCML$ można opisać okrąg.

230. Dla funkcji ciągłej $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ rozważamy następujące dwa zdania:
(1) Istnieją takie trzy różne liczby a, b, c, że $f(a) = b$, $f(b) = c$, $f(c) = a$.
(2) Istnieją takie cztery różne liczby t, u, v, w, że $f(t) = u$, $f(u) = v$, $f(v) = w$, $f(w) = t$.
Udowodnić, że dla dowolnej funkcji ciągłej f warunek (1) pociąga za sobą (2) oraz dać przykład pokazujący, że nie zachodzi implikacja odwrotna.

Zadanie **230** zostało opracowane na podstawie propozycji zgłoszonej przez pana Andrzeja Pawłowskiego z Zabrza.

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 113 (WT=3,04) i 114 (WT=2,20)
z numeru 2/1991

Paweł Perkowski	– Szczecin	28,51
Anna Gluza	– Toruń	24,35
Adam Sikorski	– Lublin	23,26

Zadania z fizyki nr 127, 128

Redaguje Jerzy B. BROJAN

127. Mamy 70 jednakowych ogniw o oporze wewnętrznym 1 Ω. Jak je należy połączyć, aby przez dołączony do baterii opornik R popłynął jak największy prąd? Rozważyć dwa przypadki:
a) $R = 1\ \Omega$,
b) $R = 2\ \Omega$.
Nie jest wymagany dowód, że w podanym obwodzie prąd jest rzeczywiście maksymalny, wystarczy, że inni rozwiązujący nie otrzymają większej wartości.

128. Daną ilość wody o temperaturze początkowej T_0 należy doprowadzić do temperatury końcowej T ogrzewając naczynie na palniku gazowym lub grzejniku elektrycznym. Upływ ciepła z naczynia do otoczenia na jednostkę czasu jest dany i wynosi P_u (zakładamy dla uproszczenia, że jest stały). Sprawność grzejnika, tzn. stosunek ciepła przekazanego naczyniu do ciepła wydzielonego przez grzejnik, jest funkcją mocy P grzejnika (np. funkcją wielkości płomienia)

$$W(P) = a - bP,$$

gdzie a, b – dane stałe dodatnie. Jak należy wybrać moc P grzejnika, aby zużyć na ogrzanie wody najmniejszą ilość energii?
Pojemność cieplną samego naczynia można pominąć lub przyjąć, że jest dana. Zakładamy też, że ciepło właściwe wody (ewentualnie także materiału naczynia) nie zależy od temperatury oraz, że straty cieplne nie są tak duże, aby całkowicie uniemożliwić podgrzanie naczynia.