Dlaczego wzrasta liczba wypadków samochodowych ?

W ostatnich miesiącach prasa, radio i telewizja wielokrotnie donosiły o dramatycznym wzroście liczby wypadków samochodowych. Zaznaczano jednocześnie, że wzrost ten jest nieproporcjonalny do wzrostu liczby samochodów. A mianowicie, przy powiększeniu się liczby samochodów o 30 % liczba wypadków wzrosła o 70 % w tym samym okresie. Różnica wspomnianych liczb dała powód do wielu dyskusji, w których podkreślano coraz bardziej niebezpieczny sposób jazdy wielu kierowców, pogarszający się stan dróg itp. Ta różnica również ma być istotną przyczyną złej sytuacji finansowej Państwowego Zakładu Ubezpieczeń (PZU), jako że wpływy tej instytucji są proporcjonalne do liczby samochodów, wydatki zaś do liczby wypadków.

Czy doprawdy ów dramatyczny wzrost liczby wypadków jest nieoczekiwany, czy nie można go było przewidzieć? Poniżej spróbuję pokazać, że obserwowany wzrost w pełni zgadza się z rezultatami prostych kombinatorycznych rozważań.

Zacznijmy od skonstruowania modelu omawianego zjawiska. Zakładamy, że w typowym wypadku uczestniczą dwa samochody. Zdarzają się, oczywiście, wypadki z udziałem tylko jednego samochodu, np. najechanie na przydrożne drzewo bądź wielosamochodowe karambole, lecz przyjmujemy, że wypadki takie zdarzają się rzadko w porównaniu ze zderzeniami dwóch samochodów. Dalej przyjmujemy, że dany samochód ma jednakową szansę zderzenia się z każdym innym samochodem poruszającym się w określonym terenie, np. w mieście. Wobec tego liczba wypadków w danym mieście będzie proporcjonalna do liczby wszystkich możliwych par samochodów. Jak pamiętamy, liczba takich par wyraża się za pomocą symbolu Newtona, tj.

$$\binom{n}{2} = \frac{n!}{2!(n-2)!} = \frac{n(n-1)}{2},$$

gdzie n jest liczbą samochodów. Gdy liczba ta jest dostatecznie duża, $n(n-1)$ można przybliżyć przez n^2. Tak więc, jeśli liczba samochodów wzrasta k razy w pewnym okresie i warunki ruchu drogowego nie ulegają zmianie w tym czasie, liczba wypadków, zgodnie z naszym modelem, wzrasta k^2 razy.

Przedstawiony model świetnie zgadza się z liczbami wspomnianymi na wstępie. Wzrost liczby samochodów o 30% oznacza, że $k = 1,3$, zaś $k^2 = 1,69$, co prowadzi, w przybliżeniu, do 70 % wzrostu liczby wypadków. A więc wzrost ten jest prostą konsekwencją wzrostu liczby samochodów bądź inaczej – ich gęstości na drogach. Jeśli warunki, w jakich odbywa się ruch drogowy, nie będą ulegały istotnej poprawie, będziemy obserwować kwadratowy, a więc bardzo szybki, wzrost liczby wypadków.

Nasz model można zastosować do innych warunków. Wyobraźmy sobie np. kraj, w którym liczba samochodów jest tak niewielka, że bardzo rzadko dochodzi do zderzenia dwóch pojazdów i typowym wypadkiem jest najechanie przeszkody przez jeden samochód. Albo całkiem inny kraj, w którym tłok na drogach jest tak wielki, że najczęściej dochodzi do karambolu czterosamochodowego. Jak szybki będzie wzrost liczby wypadków w tych krajach przy zwiększaniu się liczby samochodów?

Stanisław MRÓWCZYŃSKI

Na koniec warto dodać, że Marek Kac po latach przekonał się, że odkryta przez niego w 1930 roku metoda jest zastosowaniem twierdzenia Sylvestera do rozwiązywania równań trzeciego stopnia. Twierdzenie to brzmi:

Każda dostatecznie ogólna forma dwójkowa nad ciałem K, stopnia $2n-1$ jest sumą n form liniowych, których współczynniki dają się wyznaczyć przez rozwiązanie równania stopnia n nad ciałem K.

(J. J. Sylvester, *The collected mathematical papers*, vol. I, Cambridge 1904, str. 203–216 oraz 265–283, oraz A. Cayley, *The collected mathematical papers*, vol. IV, str. 43–53.)

Rozwiązanie zadania F 808.
Niech r oznacza promień włókna, l jego długość, P – moc żarówki, U – napięcie, T – temperaturę włókna podczas pracy, R – opór żarówki podczas pracy. Praktycznie cała pobrana moc zostaje wypromieniowana przez włókno. Stosując prawo Stefana – Boltzmanna dostaniemy

$$P = 0,4 \cdot \sigma T^4 \cdot 2\pi r l,$$

gdzie $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W/(m^2K^4)}$ – stała Boltzmanna, a $2\pi r l$ jest powierzchnią włókna. Moc prądu elektrycznego dana jest wzorem

$$P = U \cdot I = \frac{U^2}{R},$$

gdzie

$$R = \rho[1 + \alpha(T - 273\mathrm{K})]\frac{l}{\pi r^2}.$$

Eliminując r rozwiązujemy powyższe równanie względem l

$$l = \sqrt[3]{\frac{PU^2}{\rho(1+\alpha(T-273))4\pi(0,4\sigma T^4)^2}} =$$
$$= 0,67\ \mathrm{m}.$$

Włókno jest zwinięte w spiralę, aby zmieściło się w żarówce.

Rozwiązanie zadania F 809.
Niech P oznacza moc silnika pojazdu, u – prędkość wiatru. Dla dużych prędkości siła oporu powietrza jest dominującą siłą oporów ruchu i jest ona proporcjonalna do kwadratu prędkości pojazdu względem powietrza. Moc jest równa sile oporów pomnożonej przez prędkość pojazdu. Stąd $p \sim v_m^3$ oraz $p \sim (v+u)^2 \cdot v$; otrzymujemy

$$(v+u)^2 \cdot v = v_m^3 \quad \Rightarrow$$
$$u = \sqrt{\frac{v_m^3}{v}} - v \approx 15\ \mathrm{km/h}.$$