

**Poproszony** o skomentowanie tegoż tekstu profesor **Andrzej Schinzel** napisał:

„Podana metoda prowadzi łatwo do wyznaczenia wszystkich pierwiastków równania (1). W tym celu należy zauważyć, że jeśli  $\rho$  jest pierwiastkiem pierwotnym trzeciego stopnia z 1, to równanie (5) jest równoważne alternatywie

$$\sqrt[3]{A(x+m)} - \rho^i \sqrt[3]{B(x+n)} = 0 \quad (i = \pm 1),$$

przy czym wartości  $\sqrt[3]{A}$  i  $\sqrt[3]{B}$  traktujemy jako ustalone. Podstawiając, jak to zrobił autor notatki,

$$B = \frac{-m}{m-n}, \quad A = \frac{-n}{m-n},$$

gdzie  $m, n$  są pierwiastkami równania (6), i mnożąc przez  $\sqrt[3]{m-n}$  otrzymamy

$$-\sqrt[3]{n}(x+m) + \rho^i \sqrt[3]{m}(x+n) = 0.$$

Stąd

$$\begin{aligned} (\rho^i \sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n})x &= m\sqrt[3]{n} - n\rho^i \sqrt[3]{m} = \\ &= \sqrt[3]{mn}[\sqrt[3]{m} - \sqrt[3]{n}\rho^{2i}][\sqrt[3]{m} + \sqrt[3]{n}\rho^{2i}] \end{aligned}$$

i ostatecznie

$$x = \sqrt[3]{mn}(\rho^{-i} \sqrt[3]{m} + \rho^i \sqrt[3]{n}), \quad (i = \pm 1).$$

Przypadek  $i = 0$  odpowiada równaniu (4) rozpatrzonemu przez M. Kaca. Biorąc  $i = = 0, \pm 1$  otrzymujemy wszystkie pierwiastki równania (1) również i wtedy, gdy wyróżnik równania (6) jest niedodatni.”

**Wbrew pozorom komentarz Młodego Matematyka i przytoczony, współczesny komentarz profesora Schinzla nie są sprzeczne.**

Już od momentu opublikowania wzorów Cardana było wiadomo, że pozwalają one na znalezienie pierwiastków również dla *casus irreducibilis*, ale przy przejściu podczas obliczeń przez rachunki na liczbach zespolonych. A to uważano za metodę „podejrzaną”.

Około 1600 roku został znaleziony (przez François Viète) sposób na rozwiązanie *casus irreducibilis* w obrębie liczb rzeczywistych – przez odpowiednie podstawienie trygonometryczne. I uwagi redakcji *Młodego Matematyka* dotyczą spostrzeżenia, że rachunki Marka Kaca takiej możliwości nie stwarzają.

Profesor Andrzej Schinzel natomiast zwraca uwagę na fakt, że dopuszczając rachunki na liczbach zespolonych można dojść do rozwiązania *casus irreducibilis* również drogą zaproponowaną przez kilkunastoletniego Marka Kaca.

## Dlaczego piszemy po chińsku?

Około roku 220 p.n.e. zagrożone pierwszymi najazdami Mongołów państwa Chin zjednoczyły się. Zjednoczenia dokonał Ts'in Szy-huang-ti i on został cesarzem kolejnego (co najmniej czwartego w dziejach Chin) imperium.

Był to człowiek bardzo energiczny, miał niezmiernie ambitne plany, nie brakowało mu też zdecydowania w realizacji swoich zamierzeń. To on zbudował Wielki Mur (jedyną budowlę widoczną „gołym okiem” ze stacji orbitalnych) – miała ona chronić Chiny przed najazdem (i przez ponad 1400 lat spełniała skutecznie swoje zadanie). Wprowadził jednolite miary i wagi oraz, używane po dziś dzień, pismo ideograficzne. O tym właśnie piśmie chciałem napisać kilka uwag. Pożegnajmy się jednak z jego promotorem: brutalne rządy Ts'in Szy-huang-ti skończyły się zamordowaniem cesarza w 206 r.p.n.e, ale cesarstwo nie rozpadło się – jego następcy, znani jako dynastia Han, doprowadzili imperium chińskie do największego, w dziejach Chin, rozkwitu (dość powiedzieć, że na początku naszej ery graniczyło ono na zachodzie bezpośrednio z Cesarstwem Rzymskim).

Podstawową zaletą pisma chińskiego jest fakt, że nie ma ono jednoznacznego odczytania fonetycznego. Dokładniej: w różnych językach mówionych jego znaki są odczytywane w różnie brzmiący sposób. Dlatego też literatura chińska (zarówno piękna, jak i naukowa) jest jedna, choć na terenie Chin używa się kilkunastu różnych języków. Nie sposób przecenić znaczenia tego faktu dla utrzymania spójności kulturowej ogromnego i często politycznie rozdrobnionego kraju. O sile tego pisma świadczy dobitnie używanie go (bez żadnych zmian) za sposób notowania prac naukowych przez (zawsze dość nacjonalistycznie nastawioną) Japonię.

Dlaczego warto o tym wspominać przy okazji matematyki? Otóż dlatego, że matematycy również posługują się pismem ideograficznym. Z tych samych powodów i z tym samym pozytywnym skutkiem co Chińczycy. Napis „1247” czy „ $x^2 - 4x + \sqrt{12} = 0$ ” odczytuje się fonetycznie zupełnie inaczej po polsku, niż po angielsku, rosyjsku czy węgiersku. Znaczą jednak te napisy wszędzie to samo. Umożliwia to istnienie wspólnej kultury matematycznej dla matematyków całego świata i wielce w rozwijaniu matematyki pomaga.

Zaleta ta została przejęta przez wszystkie nauki korzystające z matematyki i powoduje, że możemy dziś mówić o jednej na całym świecie fizyce, chemii itd. Podczas gdy mówienie o wspólnym dorobku dyscyplin humanistycznych całego świata byłoby w chwili obecnej niesensowne (czy co najmniej przedwczesne). Tak więc zasadnicza różnica w światowym funkcjonowaniu tego, co anglosasi nazywają *science* i *art*, ma powody (paradoksalnie) językowe.

Tych kilka uwag nasunęło mi się przy czytaniu artykułu Tomasza Rusina o symbolice fizycznej. Jest to bowiem dyskusja o tym, jak z liter pisma alfabetycznego produkować ideogramy funkcjonujące właśnie na zasadzie hieroglifów chińskich.

I jeszcze jedna uwaga. Od czasu do czasu Europejczycy wpadają na pomysł, by oświecić Chińczyków, ułatwić im życie (a w szczególności czytanie i pisanie) przez wprowadzenie u nich pisma alfabetycznego. Trudno o bardziej absurdalny pomysł. Żeby ten absurd zrozumieć w pełni, warto spróbować zebrać argumenty za tym, by matematycy zrezygnowali ze swoich formalizmów i w swoich pracach używali zwyczajnego, alfabetycznego, zgodnego z fonetyką pisma. Do tego matematycy skłonici się nie dadzą. Mają zresztą ważny powód. Przez dwa i pół tysiąca lat tak notowano matematykę i ostatecznie zdecydowano się na dzisiejszy, ideograficzny sposób pisania niewiele ponad 300 lat temu. A jakie to dało wyniki, każdy może stwierdzić wiedząc, jak wielki skok odnotowała matematyka w XVII wieku.

Marek KORDOS