Klub 44

Liga zadaniowa Wydziału Matematyki, Informatyki i Mechaniki, Wydziału Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego i Redakcji *Delty*

Skrót regulaminu

Każdy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n+3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n+4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przesyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N – liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (**M** lub **F**) – i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu **44** punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (**M** lub **F**), zostaje on członkiem **Klubu 44**, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo – to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 7/1990.

Termin nadsyłania rozwiązań: 31 VII 1991

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 M
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 205 (WT=2,85) i 206 (WT=2,66) z numeru 7/1990

Konrad Pióro	– Warszawa	38,76
Mariusz Zając	– Pruszków	38,56
Paweł Kubit	– Krosno	38,45
Tomasz Grzesiak	– Kraków	36,41

Czołówka ligi zadaniowej
Klub 44 F
po uwzględnieniu ocen rozwiązań zadań 107 (WT=2,50) i 108 (WT=2,20) z numeru 9/1990

Leszek Motyka	– Kraków	41,45
Paweł Perkowski	– Szczecin	35,82
Dzierżysław Lipniacki	– Lublin	35,46

Zadania z matematyki nr 219, 220

Redaguje Marcin E. KUCZMA

219. Niech $z_n = \sum_{k=2}^{n} \left(\frac{k-1}{k}\right)^n$ dla $n = 2,3,4,\ldots$ Czy ciąg (z_n/n) jest zbieżny?

220. W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków tego trójkąta w punktach P, Q, R. Miary kątów trójkąta ABC są równe α, β, γ; miary kątów trójkąta PQR wynoszą α', β', γ'. Dowieść, że

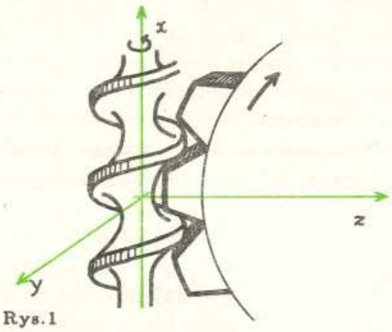
$$\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \leq \sin\alpha' \sin\beta' \sin\gamma'.$$

Zadanie **220** zaproponował pan Adam Czornik z Bytomia.

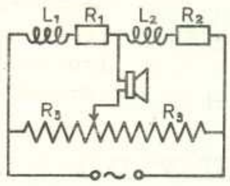
Zadania z fizyki nr 117, 118

Redaguje Jerzy BROJAN

117. Przekładnia ślimakowa składa się z dwóch zazębionych kół obracających się wzdłuż osi wzajemnie prostopadłych (rys.1). Jaka jest maksymalna możliwa wartość sprawności energetycznej przekładni, jeśli współczynnik tarcia zębów jest równy f?



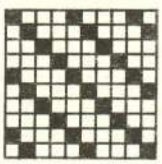
Rys.1



Rys.2

118. W obwodzie przedstawionym na rysunku 2 występuje źródło napięcia o częstotliwości akustycznej, głośnik zaś odgrywa rolę miernika. Suwak przesuwano wzdłuż opornika $R_3 - R_4$ do uzyskania minimum dźwięku. Wykazać, że na ogół dźwięk nie zanika całkowicie przy żadnym położeniu suwaka. Jaki warunek musi być spełniony, aby dźwięk zanikł?

Rozwiązanie zadania M 595. Zaznaczmy pewne pola tak, jak na rysunku.



Zauważmy, że dowolny prostokąt 4×1 zakrywa dokładnie jedno zaznaczone pole. Ponieważ 25 prostokątów pokrywa szachownicę, więc zakrywa tylko 25 z 26 zaznaczonych pól, czyli szachownicy pokryć się nie da.

Rozwiązanie zadania M 596. Obrót względem środka okręgu opisanego na 1991-kącie o wielokrotność kąta $360°/1991$ przeprowadza środek boku (przekątnej o danej długości) na środek boku (przekątnej o takiej samej długości). Zarazem przekątnych o różnej długości jest w tym wielokącie 994. Zatem punkty zbioru S leżą na 995 okręgach po 1991 na każdym. Ponieważ dowolny okrąg nie będący jednym z tych 995 przecina każdy z nich w co najwyżej dwóch punktach, więc należy do niego co najwyżej $2 \cdot 995 = 1990$ punktów zbioru S. Stąd na jednym okręgu może leżeć co najwyżej 1991 punktów zbioru S.

Rozwiązanie zadania M 597. Zauważmy, że idąc naszą figurą po drodze zamkniętej musimy wykonać tyle samo ruchów zwiększających rzędną, co zmniejszających ją. Analogicznie jest z odciętą, stąd otrzymujemy, że w drodze zamkniętej liczba ruchów w prawo jest równa liczbie ruchów w dół i równa liczbie ruchów po przekątnej w lewo w górę. Stąd całkowita liczba ruchów jest podzielna przez 3. No, ale szachownica 10×10 ma 100 pól, więc na obejście jej zgodnie z warunkami zadania potrzeba 100 posunięć. Ponieważ 100 nie jest podzielne przez 3, więc szachownicy obejść się nie da.