Oto zapis w języku PROLOG predykatu *TrójkiPitagorejskie* oraz predykatu pomocniczego *Nat*:

$TrójkiPitagorejskie(A, B, C, M)$ **if**
$Nat(1, C, M)$ **and** $Nat(1, B, M)$ **and** $Nat(1, A, M)$
and $A * A + B * B = C * C$.

$Nat(K, X, L)$ **if** $K \leq L$ **and** $X = K$ **or**
$K \leq L$ **and** $K1 = K + 1$ **and** $Nat(K1, X, L)$.

Obiekty A, B, C, M spełniają pierwszy predykat, jeżeli A, B, C są liczbami naturalnymi z przedziału od 1 do M i spełniają warunek Pitagorasa. Natomiast predykat $Nat(K, X, L)$ określa, co to znaczy, że X jest liczbą naturalną należącą do przedziału od K do L, gdzie K i L są naturalne oraz $K \leq L$. Mianowicie, X jest, albo najmniejszą w tym przedziale liczbą K albo X należy do przedziału od $K + 1$ do L.

Spróbujmy teraz zadać pytania postaci:

$TrójkiPitagorejskie(3, 4, 5, 10)$

$TrójkiPitagorejskie(2, 7, 9, 10)$

$TrójkiPitagorejskie(A, B, C, 10)$

W pierwszym przypadku dowiemy się, że liczby 3, 4, 5, 10 spełniają nasz predykat. Na drugie pytanie padnie, oczywiście, odpowiedź negatywna. Natomiast najciekawsza jest odpowiedź na trzecie pytanie, gdzie otrzymamy wszystkie rozwiązania:

$A = 3, \quad B = 4, \quad C = 5$
$A = 4, \quad B = 3, \quad C = 5$
$A = 6, \quad B = 8, \quad C = 10$
$A = 8, \quad B = 6, \quad C = 10.$

W tym miejscu niejeden Czytelnik zapyta: no dobrze, ale jaka jest strategia znajdywania rozwiązań? Możemy częściowo zaspokoić naszego Ciekawskiego podając analogię do poszukiwania wyjść z labiryntu. Podane przez nas predykaty i ich wzajemne powiązania tworzą właśnie taki labirynt; trójki A, B, C, spełniające warunek Pitagorasa, to wyjścia, a te, które go nie spełniają, to ślepe korytarze. Wyposażeni w nić Ariadny, która pozwala się cofać do już przebytych rozwidleń (powrót do nadrzędnego wywołania rekurencyjnego) i posługując się regułą prawej ręki (warianty są rozpatrywane w uporządkowany sposób) mamy gwarancję znaleźć wszystkie wyjścia.

Na układ predykatów w języku typu logicznego można patrzeć jak na bazę danych, w której są zapamiętane pewne fakty oraz zależności między nimi.

Chaos w biologii?

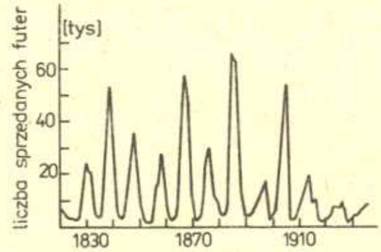
Na podstawie Science, tom 243 (1989), str. 310 opracował Jan KALINOWSKI.

Chaos jest dziwnym porządkiem matematycznym, który wydaje się być przypadkowy. Chaos jest deterministyczny – spełnia równania matematyczne. O chaosie możecie przeczytać w *Delcie* 2/1989.

Zainteresowanie biologów chaosem trwa już ponad 15 lat. Biolodzy zajmujący się populacją byli jednymi z pierwszych, którzy zaczęli studiować chaos. W 1974 r. Robert May, ekolog z Princeton, opublikował pracę z modelem matematycznym prostego układu ekologicznego. Rozpatrzył on przypadek jednego gatunku zwierząt i dla prostoty założył, że w każdej chwili żyją zwierzęta należące tylko do jednej generacji.

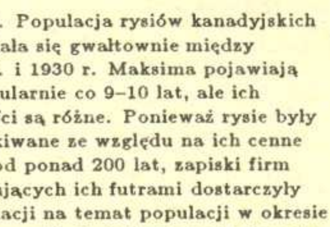
Najprostszy model chaosu w biologii:
Założenia: jeden gatunek zwierząt – nazwijmy je owadami – wykluwa się z jaj wiosną, żyje latem, składa jaja jesienią i ginie. Liczba owadów w danym roku N_i określa liczbę owadów w roku przyszłym N_{i+1}. Ścisły związek N_{i+1} z N_i jest trudny do ustalenia w rzeczywistości, w modelu zakładamy $N_{i+1} = aN_i - bN_i^2$, gdzie a odpowiada przyrostowi naturalnemu, b – reakcji na przepełnienie. Dobierając odpowiednio jednostki możemy napisać $N_{i+1} = \alpha(N_i - N_i^2)$, gdzie $0 < \alpha$ (aby liczba owadów była zawsze dodatnia). To prościutkie równanie ma bardzo różne rozwiązania (sprawdź!) w zależności od wartości α.
1) $0 < \alpha < 1$; populacja ginie szybciej niż odtwarza się, $N_i \to 0$.
2) $1 < \alpha < 3$; $N_i \to$ const, wartość stałej zależy od α, ale nie zależy od wartości początkowej N_i. Np. dla $\alpha = 2$, $N_i \to \frac{1}{2}$.
3) $3 < \alpha < 3{,}4$; N_i oscyluje między dwiema wartościami ekstremalnymi.
4) α trochę większe niż 3,4; N_i skacze między czterema wartościami. Wzrost α powoduje pojawienie się 8, 16, 32, itd. wartości, między którymi oscyluje N_i. Proces ten nazywa się podwajaniem okresowości.
5) $\alpha > 3{,}57$; nie ma wartości ustalonych, N_i zmienia się chaotycznie.

Chaos to nie „przypadkowy" wygląd krzywej N_i w zależności od i, lecz „czułość" na warunki początkowe. W przypadku „niechaotycznym" ($\alpha < 3{,}57$) N_i zachowuje się tak samo po kilku lub kilkunastu latach bez względu na początkową liczebność owadów N_0. Np. dla $\alpha = 2$ wielkość N_i dąży do $\frac{1}{2}$ ze wzrostem i – jest to tzw. stabilny atraktor. W przypadku chaotycznym ($\alpha > 3{,}57$) wartość N_i z roku na rok zależy bardzo silnie od początkowej populacji. Zmiana początkowej populacji nawet o 1 % spowoduje zupełnie inną wartość N_i już po kilku latach i zachowanie N_i w zależności od i będzie zupełnie inne.



Rys. 1. Populacja rysiów kanadyjskich zmieniała się gwałtownie między 1820 r. i 1930 r. Maksima pojawiają się regularnie co 9–10 lat, ale ich wartości są różne. Ponieważ rysie były poszukiwane ze względu na ich cenne futro od ponad 200 lat, zapiski firm handlujących ich futrami dostarczyły informacji na temat populacji w okresie dłuższym niż dla jakichkolwiek innych danych zebranych przez naukowców.

Rozwiązanie zadania M 590. Symetria względem prostej k przeprowadza szukany kwadrat na niego samego. Zatem obraz symetryczny o_1 względem k przecina o_2 w punktach, z których każdy jest wierzchołkiem jednego z szukanych kwadratów. Gdy przecięć nie ma – nie ma i rozwiązania.



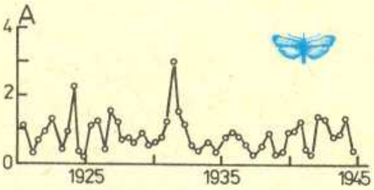
Okazało się, że w zależności od tempa urodzeń i reakcji zwierząt na przepełnianie ich populacja może osiągnąć stałą równowagę, oscylować między dwiema ustalonymi wartościami, oscylować między czterema lub dowolną liczbą ustalonych wartości lub zachowywać się w sposób chaotyczny. Zaskakujące w wynikach uzyskanych przez Maya było to, że prosty układ deterministyczny może zachowywać się w skomplikowany sposób, wyglądający na zupełnie przypadkowy. Do tej pory sądzono, że skomplikowane zachowanie jest możliwe w układach bardzo złożonych lub zawierających element przypadku, np. gwałtowne zmiany pogody itp.

Chociaż modele z jednym gatunkiem zwierząt są najprostsze i najłatwiejsze do analizy, to wartości parametrów odpowiadające chaosowi są zbyt duże w porównaniu z wartościami występującymi w przyrodzie. W bardziej skomplikowanych modelach z wieloma gatunkami zwierząt można uzyskać zachowanie chaotyczne na wiele sposobów.

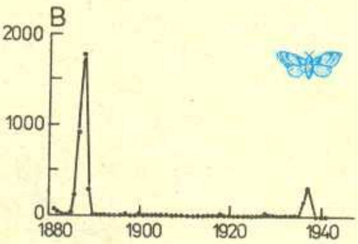
Badania nad chaosem w biologii spowodowały zmianę poglądów na problemy populacji nawet tych biologów, którzy nie wierzą w chaos w naturalnych populacjach. Każdy układ samopowtarzający się ma skłonność do zachowania chaotycznego. Układy biologiczne wykazują istnienie dodatniego sprzężenia zwrotnego i zwiększając wartość odpowiedzialnego za niego parametru można wymusić chaos. Nawet jeśli chaos nie występuje w naturalnej populacji, to na skutek biotechnologii, stymulowania wzrostu itp. działanie ludzkie może doprowadzić do chaosu.

Po 15 latach badań nikt nie przedstawił danych doświadczalnych, które byłyby powszechnie przyjęte jako przejaw chaosu w naturalnych populacjach. Pokazano natomiast wiele zbiorów danych sugerujących chaos w populacjach zmieniających się dziwacznie z roku na rok w interesujący sposób. Nawet jeśli okaże się, że chaos nie występuje w biologicznych populacjach, to badania nad nim rzuciły wyzwanie panującym dogmatom w biologii i spowodowały powstanie nowych koncepcji zachowania się układów biologicznych.

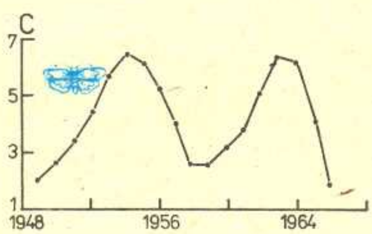
Rys. 2. Populacje gatunków ćmy wykazują różne zachowania.



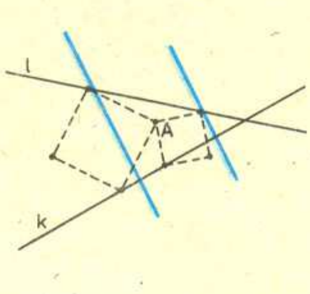
a) Populacja ćmy *Chilo suppressalis* w Japonii fluktuuje wokół wartości średniej, która pozostaje w przybliżeniu stała.



b) Populacja ćmy *Dendrolimus pini* w Niemczech jest bardzo mała z wyjątkiem krótkich okresów nagłego wzrostu.



c) Populacja *Zeiraphera diniana* w Szwajcarii zmienia się o cztery rzędy wielkości w cyklu około dziesięcioletnim.



Rozwiązanie zadania M 591. Obrót względem A o 90° przeprowadza wierzchołek szukanego kwadratu leżący na prostej k na przeciwległy wierzchołek leżący na prostej l, czyli na punkt przecięcia prostej l z obrazem prostej k w tym obrocie (uwaga: obracać możemy w dwie strony!). Rozwiązań nie ma jedynie wtedy, gdy $k \perp l$, chyba że A leży na jednej z dwusiecznych utworzonego przez nie kąta.

Przykładem niech będzie następujący układ faktów:

Dziecko(„Jan", „Beata") .

Dziecko(„Danuta", „Lech") .

Dziecko(„Małgorzata", „Jan") .

Dziecko(„Dariusz", „Beata") .

Dziecko(„Roman", „Małgorzata") .

Zgodnie z intuicją, fakt postaci *Dziecko*(D, R) oznacza, że osoba o imieniu D jest dzieckiem osoby R. Z takiej bazy faktów może robić użytek predykat *Potomek*(X, Y), który jest spełniony, gdy osoba X jest potomkiem Y:

Potomek(X,Y) **if** *Dziecko*(X,Y) **or** *Dziecko*(X, Z) **and** *Potomek*(Z,Y).

Treść tego predykatu jest łatwa do rozszyfrowania: jest się potomkiem pewnej osoby, jeżeli jest się jej dzieckiem, albo jeżeli jest się dzieckiem potomka tej osoby. Oczywiście, gdy X jest potomkiem Y, to ten ostatni jest przodkiem X. Zatem znalezienie odpowiedzi na poniższe pytania nie powinno nastręczać trudności. Zadanie to pozostawiamy Czytelnikowi:

Potomek(„Roman", „Jan") ,

Potomek(X, „Beata") ,

Potomek(„Roman", Y) ,

Potomek(X,Y) .

Co z tego może wyniknąć?

Nie bez powodu przedstawiliśmy trzy grupy języków w powyższej kolejności. Jest to nie tylko zgodne z chronologią pojawienia się tych grup, ale również związane ze współczesnymi tendencjami rozwoju.

Wydaje się, że karta historii języków imperatywnych powoli się zamyka. Docierające zewsząd sygnały o nienadążaniu rozwoju oprogramowania za burzliwym rozwojem elektroniki komputerowej mają swoje źródła w niedoskonałości dostarczanych przez języki imperatywne środków wyrazu.

Złożoność zagadnień, wobec których staje dzisiaj informatyka, rodzi konieczność pisania programów ogromnej wielkości, dochodzących do kilkuset tysięcy, a nawet milionów linii. Panowanie nad poprawnością i wewnętrzną spójnością takich dzieł staje się niemożliwe ani dla jednostek, ani dla zespołów programistów. Dzieje się tak, mimo że nowoczesne języki imperatywne, takie jak PASCAL, MODULA lub ADA, mają wbudowane środki grupowania instrukcji w tak zwane procedury oraz moduły.