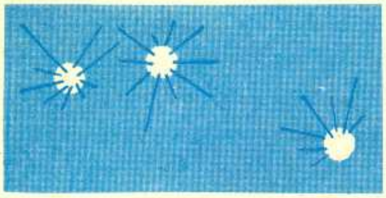


Ustawa – źródłem algorytmu

dr Antoni Leon DAWIDOWICZ

Rozumowanie matematyczne można stosować w wielu różnych sytuacjach. Niektórzy matematycy doszukiwali się treści matematycznych w dziełach literackich, artystycznych, itp. Przedmiotem moich rozważań będzie szukanie treści matematycznych w aktach prawnych. Żeby nie być gołosłownymi, weźmy do ręki ustawę z dnia 19 IV 1969 (z późniejszymi zmianami) – Kodeks Karny. Czytamy w niej m.in.

Art. 67. § 1. ***Kara łączna nie może być niższa od najwyższej z kar wymierzonych za poszczególne przestępstwa i nie może przekraczać sumy kar wymierzonych, jak również górnej granicy danego rodzaju kary.***

Przyjmijmy dla uproszczenia oznaczenia $x_1 \wedge \ldots \wedge x_n = \min\{x_1, \ldots, x_n\}$ oraz $x_1 \vee \ldots \vee x_n = \max\{x_1, \ldots, x_n\}$. Dla większej przejrzystości rozumowania rozważmy tylko karę pozbawienia wolności. Dzieli się ona na dwa rodzaje, tj. pozbawienie wolności do lat 15 (Art. 30 i 32) oraz 25 lat pozbawienia wolności (Art. 30). Na początek rozważmy tylko karę do 15 lat pozbawienia wolności. Wówczas – na podstawie cytowanego artykułu ustawy – jeżeli przez $x_1, \ldots, x_n$ oznaczymy poszczególne składowe kary łącznej, a przez X karę łączną, otrzymujemy, że $x_1 \vee \ldots \vee x_n \leq X \leq x_1 + \ldots + x_n$. To jednak nie wszystko, wiemy bowiem, że kara łączna nie może przekroczyć górnej granicy dla danego rodzaju kary (w tym przypadku 15 lat). Zatem prawidłowa postać wzoru w tej sytuacji powinna wyglądać następująco: $x_1 \vee \ldots \vee x_n \leq X \leq (x_1 + \ldots + x_n) \wedge 15$. Rozważmy teraz sytuację, gdy jedną ze „składowych" kary łącznej jest kara 25 lat pozbawienia wolności. Wówczas, oczywiście, tyle samo musi wynieść ta ostatnia. Spróbujmy i to zapisać w formie algorytmu. Istotnie, jeżeli $x_1 \vee \ldots \vee x_n = 25$, to $X = 25$, natomiast jeżeli $x_1 \vee \ldots \vee x_n < 25$, to $x_1 \vee \ldots \vee x_n \leq X \leq (x_1 + \ldots + x_n) \wedge 15$. Zatem ostateczny wzór ma postać: $x_1 \vee \ldots \vee x_n \leq X \leq (x_1 + \ldots + x_n) \wedge (x_1 \vee \ldots \vee x_n \vee 15)$. Nieprawdaż? Również inne akty prawne można by ujmować w ten sposób, ale to może być na przykład tematem pracy na konkurs prac uczniowskich. Ja natomiast chciałem się zatrzymać na innym akcie prawnym, którego analiza pod tym kątem prowadzi do ciekawych wniosków dotyczących samej ustawy. Weźmy do ręki ustawę z dnia 19 IV 1969 (z późniejszymi zmianami) – Kodeks Postępowania Karnego. W ustawie tej czytamy m.in.

Art. 98

§ 1. *Orzeczenia zapadają większością głosów.*

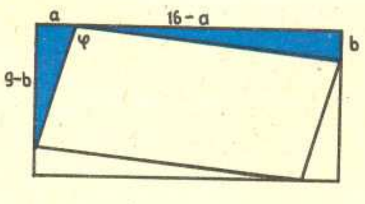
§ 2. *Jeżeli zdania się tak podzielą, że żadne z nich nie uzyska większości, zdanie najmniej korzystne dla oskarżonego przyłącza się do zdania najbardziej doń zbliżonego, aż do uzyskania większości.*

Artykuł powyższy mówi o zasadach ustalenia wymiaru kary, gdy członkowie kompletu orzekającego mają różne poglądy. Niech $x_1, \ldots, x_{2n-1}$ oznaczają wymiary kary proponowane przez poszczególnych $2n-1$ członków kompletu orzekającego (praktycznie $2n-1 = 3$ lub 5, a zawsze jest liczbą nieparzystą) uporządkowane tak, by $x_1 \leq \ldots \leq x_{2n-1}$. Niech $R(x_1, \ldots, x_{2n-1})$ oznacza wymiar kary ustalony przy tych propozycjach. Aby miał zastosowanie § 1, musi być $x_p = \ldots = x_q$, gdzie $q \geq p + n - 1$ (co najmniej n członków kompletu orzekającego musi mieć to samo zdanie). Ale wtedy (ponieważ $0 \leq p < q \leq 2n-1$) musi być $p \leq n \leq q$, a z tego wynika, że $R(x_1, \ldots, x_{2n-1}) = x_n$. W przypadku, gdy nie zachodzi powyższa sytuacja, stosujemy przekształcenie opisane w § 2 tak długo, aż będzie można zastosować § 1. Opiszmy to przekształcenie. Oznaczmy je przez α i niech $\alpha(x_1, \ldots, x_{2n-1}) = (y_1, \ldots, y_{2n-1})$. Przekształcenie to jest określone dla tych argumentów, dla których nie działa § 1. Niech $x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_{p-1} < x_p = \ldots = x_{2n-1}$. Dla każdego argumentu $x = (x_1, \ldots, x_{2n-1})$ takie p istnieje (gdy $x_1 = \ldots = x_n$, przyjmujemy z definicji $p = 1$) i oznaczamy je przez $p(x)$. Oczywiście, jeżeli $p(x) < n$, wtedy ma zastosowanie § 1 (istotnie, wtedy $2n - 1 - p(x) \geq n$). Natomiast gdy $p(x) \leq n$, definiujemy $y_k = x_k$ dla $k < p(x)$ i $y_k = x_{p-1}$ dla $k \geq p(x)$. Oczywiście, $p(\alpha(x)) < p(x)$, zatem po skończonej liczbie kroków dojdziemy do sytuacji, w której ma zastosowanie § 1. Ponadto przy zastosowaniu operacji α zawsze $y_n = x_n$. Wynika stąd, iż zawsze $R(x) = x_n$, czyli bez względu na rozkład głosów ostateczny wyrok będzie medianą proponowanych wymiarów kary.

Na koniec wypada podać pewien komentarz natury niematematycznej. Otóż tekst ustawy sugeruje, jakoby preferował środki łagodniejsze w stosunku do surowszych. W istocie jednak tak nie jest; gdyby analogiczną procedurę prowadzić odrzucając najpierw kary najłagodniejsze, efekt byłby identyczny. Można by więc zastanowić się, czy tłumacząc inne ustawy na język algorytmu nie znajdziemy też przejawów pozornego humanitaryzmu ustawodawcy.

Rozwiązanie zadania M 583.
Nazwijmy pola na dolnej i górnej linii brzegowej (tej długości n) skrajnymi, a pozostałe środkowymi. Na skrajne pole można przejść koniem tylko z pola środkowego. Jeżeli koń obszedł wszystkie pola, to $2n$ ruchów wykonano z pól środkowych na skrajne, a pozostałe $2n$ ruchów z pól skrajnych na środkowe i ruchy tych obu rodzajów wykonano na przemian. Ale przy każdym ruchu zmienia się także kolor pola, na którym stoi koń, stąd wniosek, że wszystkie pola skrajne są tego samego koloru. Sprzeczność.

Rozwiązanie zadania M 584.
Możemy założyć, że pierwszy prostokąt ma boki długości 9 i 16.



Ponieważ kąt ϕ jest prosty, więc trójkąty zakreskowane są podobne. Stąd

(*) $\quad \frac{a}{b} = \frac{4}{7}$ i $7a - 4b = 0$,

oraz

(**) $\quad \frac{16-a}{9-b} = \frac{7}{4}$ i $4a - 7b = 1$.

Odejmując (**) od (*) otrzymujemy $3a + 3b = -1$, co jest sprzeczne z tym, że a i $b > 0$.

Rozwiązanie zadania M 585.
Możemy założyć, że wielomian $P(x) = \sum_{k=0}^{m} a_k x^k$ jest rosnący dla $x > x_0$. Niech $n > x_0$ będzie taką liczbą naturalną, że $P(n) > 1$. Wówczas mamy

$$\begin{aligned} P(n) < P(P(n)+n) &= \\ &= \sum_{k=0}^{m} a_k (P(n)+n)^k = \\ &= \sum_{k=0}^{m} a_k n^k + P(n) \cdot S = \\ &= P(n) \cdot (S+1), \end{aligned}$$

gdzie S jest pewną liczbą całkowitą. Tak więc $P(n)$ jest dzielnikiem $P(P(n)+n)$, $P(n) > 1$ oraz $P(P(n)+n) > P(n)$, stąd wnioskujemy, że $P(P(n)+n)$ nie jest liczbą pierwszą.