

dr Maciej GÓRSKI



Rozwiązanie zadania M 580.

Istnieje co najwyżej jeden wielomian spełniający warunki zadania, bo gdyby istniały dwa różne, np. P i Q , to mielibyśmy nieszerowy wielomian $P - Q$ stopnia nie większego od n mający $n + 1$ pierwiastków. Niech

$$R(x) =$$

$$= x + \frac{1}{(n+1)!} (0-x)(1-x)\dots(n-x).$$

Ponieważ $R(-1) = 0$, więc na mocy twierdzenia Bezout $R(x) = S(x)(x+1)$, gdzie $S(x)$ jest wielomianem stopnia n . Ale

$$S(k) = \frac{R(k)}{k+1} = 1 - \frac{1}{k+1}$$

dla $k = 0, 1, \dots, n$, stąd

$$S = P \text{ i } P(n+1) = \frac{n+1+(-1)^{n+1}}{n+2}.$$



Rozwiązanie zadania M 582.

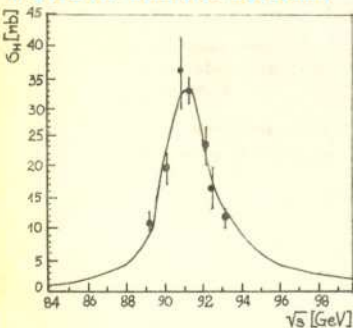
Wykażemy indukcyjnie, że po wykonaniu m operacji S otrzymamy układ samych jedynek. Dla $n = 1$ jest to oczywiste. Zauważmy, że po dwukrotnym wykonaniu operacji S otrzymamy układ:

$$T(A) = S(S(A)) =$$

$$= (a_1 a_2^2 a_3, a_2 a_3^2 a_4, \dots, a_m a_1^2 a_2) =$$

$$= (a_1 a_3, a_2 a_4, \dots, a_m a_2),$$

w którym kolejne liczby stojące na miejscach nieparzystych równają się kolejnym liczbom układu $S(a_1, a_3, \dots, a_{m-1}) = (a_1 a_3, \dots, a_{m-1} a_1)$ i analogicznie: kolejne liczby stojące na miejscach parzystych pokrywają się z kolejnymi liczbami układu $S(a_2, a_4, \dots, a_m) = (a_2 a_4, \dots, a_m a_2)$. Stąd wniosek (z założenia indukcyjnego), że po wykonaniu $m/2$ operacji T otrzymamy zarówno na parzystych, jak i na nieparzystych miejscach jedynki.



Od połowy sierpnia 1989 roku w Europejskim Ośrodku Badań Jądrowych (CERN) w Genewie działa wielki akcelerator LEP (ang. Large Electron-Positron collider, czyli wielki akcelerator przeciwbieżnych wiązek elektronowej i pozytonowej), w którym badane są zderzenia elektronów i pozytonów o energiach około 45 GeV. Przy akceleratorze prowadzone są cztery eksperymenty, a w jednym z nich (zwanym DELPHI) biorą udział fizycy z Krakowa i Warszawy.

W zderzeniach e^+e^- w LEP-ie produkowane są obficie bozony pośredniczące oddziaływań słabych, Z^0 , o masie 91 GeV. Cząstka Z^0 żyje zaledwie około 10^{-24} sekundy, więc bezpośredni pomiar jej czasu życia nie jest możliwy. Ale z zasady nieoznaczoności Heisenberga wiemy, że niepewności czasu odpowiada niepewność energii (a więc i masy) – dlatego w eksperymencie nie obserwuje się jednej określonej wartości masy, ale pewien jej rozkład. Szerokość Γ tego rozkładu jest miarą nieoznaczoności masy i dla cząstki Z^0 wynosi około 2,5 GeV. Dokładny pomiar tej szerokości ma kapitalne znaczenie dla fizyki cząstek elementarnych.

Od kilkunastu lat fizycy sądzą, że podstawowymi składnikami materii są cząstki elementarne, zwane kwarkami i leptonami, zgrupowane w rodziny. Każda rodzina składa się z neutrina (cząstki bez ładunku i o małej lub nawet zerowej masie), z leptonu naładowanego oraz z dwóch kwarków o ładunkach $-1/3$ i $+2/3$. Na razie znane są trzy takie rodziny:

I.	II.	III.
neutrino elektronowe ν_e	neutrino mionowe ν_μ	neutrino taonowe ν_τ
elektron e^-	mion μ^-	lepton tau τ
kwark górny u	kwark powabny c	kwark top („szczytowy”) t
kwark dolny d	kwark dziwny s	kwark piękny b

W ostatniej rodzinie nie odkryto jeszcze jednego kwarka (top), przypuszczalnie z powodu jego zbyt dużej masy. Masy naładowanych członków każdej następnej rodziny są dużo większe niż w poprzedniej. Obecnie istniejąca teoria cząstek elementarnych nie wypowiada się na temat możliwej liczby rodzin, a badania doświadczalne nie pozwalają wykryć cząstek o zbyt dużej masie, gdyż wymagałoby to akceleratorów większych niż te, którymi dysponujemy. Jednak fakt, że znane do tej pory neutrina są bardzo lekkie, pozwala mieć nadzieję, że sytuacja ta powtórzy się i w dalszych rodzinach, gdyby takie istniały. Neutrina należące do tych rodzin mogłyby powstawać w rozpadach bozonu Z^0 . Niestety, bezpośrednio ich wykrycie doświadczalne jest wykluczone ze względu na bardzo małe prawdopodobieństwo oddziaływania neutrin w detektorze. Ich istnienie wpłynęłoby jednak na czas życia, a zatem i na szerokość rozkładu masy Z^0 . Jeżeli wyobrazimy sobie zbiornik wypełniony wodą, z pewną (nie znaną) liczbą otworów, to pomiar czasu opróżniania zbiornika może nam powiedzieć coś o liczbie otworów. Im więcej otworów, tym szybciej wycieka woda. W przypadku rozpadu bozonu Z^0 (i, oczywiście, innych cząstek) czas życia jest tym krótszy, im większa jest liczba dostępnych kanałów rozpadu. A im krótszy jest czas życia, tym większa jest szerokość Γ . Należy więc ją zmierzyć, a wyniki porównać z przewidywaniami teorii dla trzech i większej liczby rodzin.

W eksperymentach prowadzonych w LEP-ie mierzono intensywność produkcji Z^0 w zależności od energii zderzających się wiązek. Typowy przykład przypadku wyprodukowania, a następnie rozpadu Z^0 na dwie silnie skolimowane grupy cząstek pokazano na rysunku z tylnej okładki. Szerokość wyznacza się przez dopasowanie do znanego wzoru teoretycznego zależności intensywności produkcji od dostępnej energii. Pozwala to ocenić liczbę lekkich (tj. o masie mniejszej niż połowa masy Z^0) neutrin na $3,12 \pm 0,16$. Na rysunku obok pokazano mierzone wartości intensywności produkcji Z^0 wraz z dopasowaną krzywą teoretyczną.

Możemy zatem z dużą dozą pewności stwierdzić, że pewien etap poznawania struktury materii mamy już za sobą. Jeżeli następna rodzina leptonowo-kwarkowa istnieje, to jej neutrina musiałyby być bardzo ciężkie ($m_\nu > 45$ GeV), co wydaje się mało prawdopodobne. Do rozwiązania pozostało jednak jeszcze bardzo wiele problemów, które będą badane dalej w LEP-ie oraz w innych planowanych lub budowanych obecnie akceleratorach.