

Rozwiązanie zadania M 579. Mamy ze wzoru Taylora

$$P(x+h) = P(x) + \frac{P'(x)}{1!}h + \frac{P''(x)}{2!}h^2 + \frac{P'''(x)}{3!}h^3 + \dots$$

Stąd otrzymujemy

$$Q(x) = \frac{P(x+1) + P(x-1)}{2}$$

a więc jeżeli P jest stałe dodatni (ujemny), to i Q też jest dodatni (ujemny).

Komentarz do rozwiązania zadania F 293. Można skorzystać z zasady zachowania energii (pole magnetyczne nie wykonuje pracy, więc wartość prędkości cząstki pozostaje stała):

$$(1) \quad v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = \text{const} = v^2$$

(współrzędne biegunowe w płaszczyźnie x, y).

Składowa z momentu pędu względem środka torusa jest zachowana:

$$(2) \quad mv_\phi r = \text{const} = m\omega R,$$

składowa z równania ruchu:

$$m\dot{v}_\phi = r q B$$

daje po scałkowaniu:

$$(3) \quad v_\phi = \omega(r - R).$$

Podstawiając (2) i (3) do (1) oraz oznaczając $r - R = \xi$ mamy:

$$\xi^2 + \frac{R^2 v^2}{(R + \xi)^2} + \omega^2 \xi^2 = v^2.$$

Rozwijając drugi wyraz lewej strony z dokładnością do członów kwadratowych w ξ ($\xi \ll R$) w szereg Taylora i różniczkując otrzymane równanie dostajemy na ξ równanie przesuniętego oscylatora harmonicznego. Stąd rozwiązanie:

$$\xi = \frac{v^2}{R\omega^2} (1 - \cos \omega t).$$

Widać, że $\xi/R \ll 1$.

Z (3) otrzymujemy:

$$v_\phi = \frac{v^2}{R\omega} (1 - \cos \omega t),$$

czyli:

$$z = \frac{v^2}{R\omega} t - \frac{v^2}{R\omega^2} \sin \omega t,$$

tak jak z prostych rozważań poprzednich.

doc. dr Tadeusz JARZĘBOWSKI

Dzieje nauki obfitują w przykłady powstawania wielu pięknych teorii, które nie sprawdziły się i ich autorów pokrywał z czasem cień zapomnienia. Z twórcą teorii względności, Albertem Einsteinem, jest inaczej; jego nazwisko słyszymy nieustannie – w miarę upływu lat nawet coraz częściej. Nowe fakty potwierdzają genialność myśli tego znakomitego teoretyka.

Einstein, jak wiadomo, opracował dwie teorie określane nazwą: teoria względności. Najpierw, w roku 1905, opublikowana została tsw. teoria szczególna, a dziesięć lat później teoria ogólna (swana też teorią grawitacji). Założenia tej pierwszej zostały w pełni zweryfikowane doświadczalnie jeszcze za życia twórcy. Było to względnie łatwe w realizacji. Szczególna teoria względności opisuje bowiem zjawiska fizyczne, gdy w grę wchodzi duże prędkości. W jej równaniach pojawia się charakterystyczny czynnik

$$\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2},$$

który jest wyraźnie różny od jedności tylko wówczas, gdy prędkość ciała v zbliża się do prędkości światła c .

Aby sprawdzić słuszność teorii szczególnej, trzeba zatem dysponować cząstkami o dużych prędkościach. Wszelkich możliwości w tym zakresie dostarczają znane od dobrych pięćdziesięciu lat różnego rodzaju akceleratory cząstek, takie jak cyklotron, betatron czy synchrotron. Prowadzone za pomocą akceleratorów badania „postawiły kropkę nad i”: Einstein miał rację.

Co się natomiast tyczy ogólnej teorii względności, czyli teorii grawitacji, to sprawa eksperymentalnej weryfikacji nie wygląda już tak prosto. W myśl tej teorii tym, co wpływa na modyfikację pojęć fizycznych, jest masa ciała, jego pole grawitacyjne. Takim charakterystycznym czynnikiem, pojawiającym się w równaniach ogólnej teorii względności, jest wyrażenie

$$\left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right),$$

gdzie M oznacza masę ciała, r – odległość od jego środka, G – stałą grawitacji.

Skoro istotną rolę odgrywa tu pole grawitacyjne, to odpowiednim „laboratorium” do weryfikacji teorii byłoby sąsiedztwo ciała o dużej masie. No, a z tym już trudniej. Masa naszej planety jest niewielka i wpływ jej pola grawitacyjnego na przewidywane przez teorię Einsteina zjawiska jest znikomy. Założenia teorii szczególnej można było sprawdzić na powierzchni Ziemi, ale odpowiednich laboratoriów do badania ogólnej teorii względności musimy szukać już raczej poza Ziemią.

Masa Słońca jest ponad trzysta tysięcy razy większa od masy Ziemi. Do niedawna ono właśnie stanowiło to jedyne „laboratorium grawitacyjne”. W zasięgu oddziaływania pola grawitacyjnego Słońca starano się zaobserwować zjawiska przewidziane przez teorię. Wymienić tu w pierwszym rzędzie należy znany fakt obracania się osi orbity Merkurego (tzn. obrót perihelium). Wykorzystując zaćmienie Słońca z roku 1919 udało się też zaobserwować zmianę kierunku promieni świetlnych przechodzących w pobliżu tarczy Słońca.

Nasza gwiazda dzienna jest jednak mniej przydatna w charakterze laboratorium grawitacyjnego, gdy chodzi np. o inne zjawisko przewidziane przez teorię – mianowicie wpływ pola grawitacyjnego na tempo upływu czasu. Odpowiednią zależność opisuje tu równanie

$$dt = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-\frac{1}{2}} dr.$$

Należy to rozumieć w ten sposób, że jeżeli dr jest jednostką czasu odmierzaną przez zegar na Ziemi, to dt określa odpowiednie odstępy czasu odmierzane przez ten zegar umieszczony na powierzchni masywniejszego ciała o masie M . Mamy, oczywiście, $dt > dr$. Liczbowo wygląda to tak, że gdybyśmy umieścili zegar na Słońcu, to późniłby się on w stosunku do ziemskiego o ponad jedną sekundę na tydzień.

Zrozumieć najprostsze

Mechanika kwantowa od dawna dostarcza precyzyjnego opisu zachowania się pojedynczych atomów. Zastosowanie mechaniki kwantowej do opisu dynamiki reakcji chemicznych – oddziaływań przynajmniej trzech atomów i wymiany jednego lub kilku atomów – jest znacznie bardziej skomplikowane. Zrozumienie nawet najprostszej reakcji chemicznej, jak wymiana atomu wodoru, wymaga pokonania wielu problemów teoretycznych i doświadczalnych. Wreszcie, po ponad 60 latach od powstania mechaniki kwantowej, udało się uzyskać poprawny opis najprostszej możliwej reakcji chemicznej: wymiany jednego atomu wodoru w reakcji $H + H_2 \rightarrow H_2 + H$. Dla osoby spoza „brandy” może to wydawać się niewielkim osiągnięciem, ale wśród chemików kwantowych wywołało to duże poruszenie.

Do osiągnięcia sukcesu przyczynili się zarówno teoretycy, jak i doświadczalnicy. Od strony teoretycznej kłopoty polegają na konieczności rozwiązania kwantowomechanicznych równań ruchu trzech poruszających się względem siebie atomów. Główna trudność polega na poprawnym doborze warunków brzegowych, tzn. matematycznego opisu układu atomów przed i po reakcji. W ubiegłym roku dwie grupy badawcze: z Uniwersytetu Kalifornijskiego w Berkeley, kierowana przez W. Millera i z Uniwersytetu Stanowego Minnesoty w Minneapolis, kierowana przez D. Truhlara, rozwiązały wreszcie ten problem. Otrzymały teoretyczny opis nie tylko całkowitego prawdopodobieństwa zajścia tej reakcji, ale też różnych, subtelnych szczegółów, jak np. prawdopodobieństwa zalesienia po reakcji molekule H_2 w określonym rotacyjnym i wibracyjnym stanie kwantowym. Od strony doświadczalnej problemy polegały głównie na:

- (a) uzyskaniu wiązki atomów wodoru na tyle energetycznych, aby pokonać odpychanie elektryczne molekule H_2 ,
- (b) identyfikacji stanu kwantowego produktów reakcji.

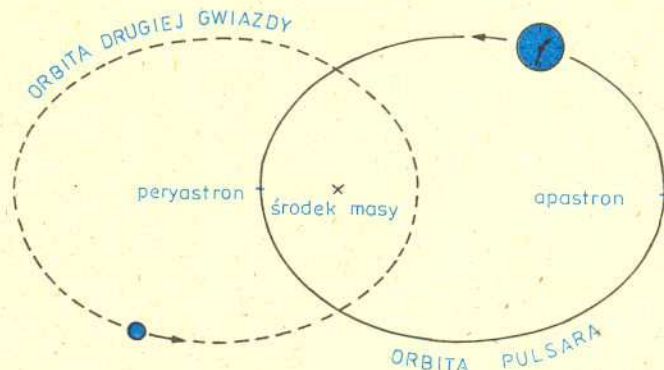
Również i te kłopoty zostały pokonane w ubiegłym roku. Grupa doświadczalna z Uniwersytetu w Stanford, kierowana przez Richarda Zare, pokazała, że reakcja wymiany atomu wodoru przebiega tak, jak to przewidzieli teoretycy. Tak naprawdę w swoim doświadczeniu Zare badał reakcję z deuterem $D + H_2 \rightarrow HD + H$. Zamiana jednego atomu wodoru na deuteron nie ma praktycznie wpływu na rachunki teoretyczne, natomiast w doświadczeniu pozwala na łatwiejsze sidentyfikowanie produktów końcowych reakcji. Zare używał lasera do rozbicia molekule D_2 uzyskując atom deuteru dostatecznie energetyczny do zajścia reakcji z H_2 . Po reakcji ten sam laser jonizował molekulę DH , co pozwalało na jej wykrycie i analizę za pomocą spektrometru masowego. W granicach błędów doświadczalnych wyniki pomiarów potwierdzają obliczenia teoretyczne. Okazuje się, że smiersone całkowite prawdopodobieństwo zajścia tej reakcji jest też całkiem zgodne z wynikami półklasycznego przybliżenia, w którym efekty kwantowe w stanach początkowych i końcowych nie zostały wzięte pod uwagę. Jednak do zrozumienia subtelnych efektów potrzebny jest kwantowomechaniczny opis tego procesu.

Jak podkreśla Zare, na poziomie molekularnym świat jest równie kwantowy, nie klasyczny.

Opracował Jan KALINOWSKI
na podstawie Science z 26 stycznia 1990 r.

Jak to wykryć? Żadnego ziemskiego zegara na Słońcu, oczywiście, nie umieścimy. Ale wiemy, że wzorcem jednostki czasu jest częstotliwość emitowanego przez atomy promieniowania. Skoro na Słońcu jest silniejsze pole grawitacyjne, to w myśl teorii Einsteina emitowane tam promieniowanie powinno mieć nieco niższą częstotliwość niż emitowane przez taki sam atom na powierzchni Ziemi. Różnice te są jednak śluzko małe i praktycznie niemierzalne. Wpływ pola grawitacyjnego Słońca na chód zegara jest bardzo trudny do wykrycia.

I oto kilkanaście lat temu, w roku 1974, za pomocą potężnego, 300-metrowego radioteleskopu w Arecibo, odkryto inne laboratorium grawitacyjne, bez porównania doskonalsze od naszej gwiazdy dziennej. Na imię mu PSR 1913+16. Znajduje się ono na niebie w gwiazdozbiórce Orła, trochę powyżej Altaire, ale bardzo, bardzo daleko, około miliard razy dalej niż Słońce. Odbierane dziś od niego sygnały radiowe wyemitowane zostały jakieś piętnaście tysięcy lat temu.



Tym laboratorium są krążące bardzo blisko siebie dwie gwiazdy neutronowe, z których jedna jest pulsarem, emitującym impulsy w odstępach 0,059 sekundy. Okres obiegu tych gwiazd wynosi niecałe 8 godzin. Orbits są mocno eliptyczne (mimośród wynosi 0,62); ich wzajemna odległość zmienia się od poniżej miliona do ponad trzech milionów kilometrów. I w tym tkwi właśnie istota rzeczy. Zmiana odległości do gwiazdy towarzyszącej to przecież różnica w oddziaływaniu jej pola grawitacyjnego. A pulsar to zegar – wprawdzie zegar mechaniczny, nie atomowy, ale bardzo dokładny. Mamy tu zatem urządzenie do pomiaru czasu, które znajduje się w zmieniającym się okresowo polu grawitacyjnym. Czyż nie wspaniałe laboratorium do badania wpływu grawitacji na długość jednostki czasu!

Ten niezwykle układ dwóch gwiazd neutronowych pozwolił na zaobserwowanie i innych zjawisk przewidzianych przez teorię. Na przykład wspomniany już obrót perihelium, który w przypadku Merkurego wynosi zaledwie około pół sekundy na rok, tutaj następuje w tempie ponad czterech stopni na rok!

W pobliżu dużych mas czasoprzestrzeń ulega zakrzywieniu – tak głosi teoria. Konsekwencją tego powinno być m.in. opóźnienie w nadchodzeniu promieniowania elektromagnetycznego. Efekt ten udało się już wykryć w przypadku fal radarowych przebiegających w pobliżu Słońca. Otóż zjawisko to obserwuje się też i w tym układzie podwójnym, gdy emitowane przez pulsar sygnały przebiegają w pobliżu drugiej gwiazdy neutronowej.

Wreszcie, obiegające wokół siebie ciała powinny emitować tzw. fale grawitacyjne. W wyniku emisji tych fal układ traci energię, a zatem składniki układu powinny zbliżać się do siebie, a ich okres orbitalnego obiegu powinien maleć. To też zostało zaobserwowane – i jest to fakt dość znamienity, gdyż mamy tu tym samym pośrednie potwierdzenie istnienia fal grawitacyjnych.

Omawiany tu układ będzie miał przypuszczalnie konkurenta. W roku 1987 odkryto bowiem inny układ podwójny, któremu na imię PSR 0021-72A. Dotychczasowe dane wskazywałyby, iż jest to gwiazda neutronowa (pulsar o okresie rotacji 0,0045 sekundy) obiegająca białego karła w ciągu 32 minut. Otóż jeżeli ten model się potwierdzi, to wynikałoby z niego, iż w tym układzie zjawiska relatywistyczne powinny ujawnić się w większej jeszcze skali. Mogłoby to zatem być jeszcze doskonalsze laboratorium grawitacyjne.

W następnych artykułach poświęconych tej tematyce omawiać będziemy wspomniane tu zjawiska, tj. zjawiska, które ogólna teoria względności przewiduje i które obecnie tak pięknie ujawniają się.