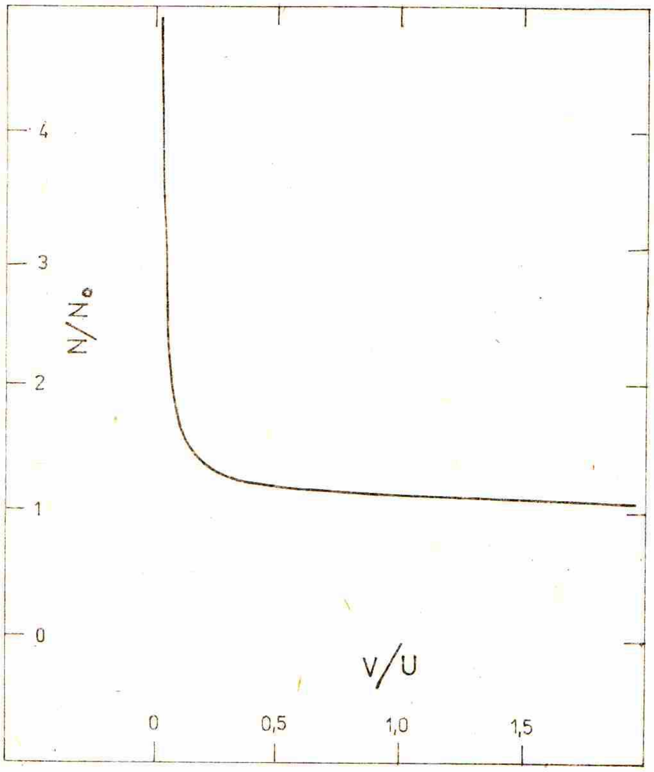


Rys. 2

Jak szybko? Biorąc pod uwagę, że prędkość opadów wynosi na ogół 9 m/s lub mniej, możemy odczytać z rysunku 2, że idąc szybkim krokiem (około 2 m/s) zmokniemy jedynie o około 15% więcej niż biegnąc z prędkością odpowiadającą rekordowi świata na 100 m (10 m/s). A zatem chyba jednak nie warto biec w czasie deszczu!

Ten zaskakujący wniosek dotyczy, oczywiście, sytuacji, gdy nie ma wiatru i deszcz pada pionowo. Co zmieni się w przedstawionej analizie, gdy prędkości wiatru nie możemy zaniedbać? Może Czytelnik sam spróbuje odpowiedzieć na to pytanie. Dla zachęty dodam, że gdy wiatr wieje w plecy, odpowiednio zmodyfikowany wzór (3) przewiduje istnienie prędkości optymalnej, przy której stopień zmoknięcia jest najmniejszy.

Na zakończenie jeszcze tylko jedna uwaga. Może wydawać się dziwne, że nasz instynkt podpowiada zachowanie, które nie jest zachowaniem najlepszym. Cóż, wiąże się to z tym, że rzeczywistość jest znacznie bardziej skomplikowana niż nasz bardzo przecież uproszczony model. Zaniedbaliśmy możliwość niejednorodności w prędkości deszczu, zawirowań, tego, że człowiek może się pochylić w kierunku deszczu, aby zmniejszyć powierzchnię wystawioną na moknięcie i wiele innych efektów. Wszystkie te komplikacje powodują, że w ogólnym przypadku otrzymany wynik przestaje być ważny i uciekając jak najszybciej przed deszczem realizujemy najkorzystniejszą życiowo strategię. Nie zmienia to, oczywiście, wniosku, że w prostych przypadkach nasz model jest poprawny.

Małą Deltę opracował Paweł KRAWCZYK

(na podstawie A. De Angelis, *Eur. J. Phys.* 8(1987), 201)

Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

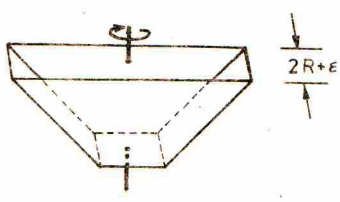
KORESPONDENCYJNY KLUB FIZYKÓW

Listy prosimy przysyłać pod adresem:
Korespondencyjny Klub Fizyków
Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa.

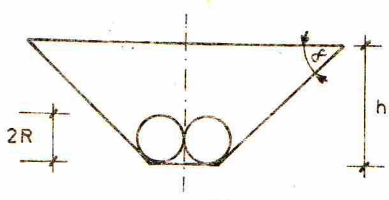
Drodzy Członkowie i Sympatycy Klubu!
Przypominamy, że co miesiąc przyznajemy nagrodę książkową dla autora najciekawiej opracowanego rozwiązania postawionych zagadnień.

Dzisiejsza propozycja nie dotyczy doświadczeń, ale jest zbiorem problemów teoretycznych związanych z pewnym obiektem fizycznym. Problemy są uszeregowane według stopnia trudności: od pierwszego – łatwego do trzeciego – dla koneserów. Ale przejdźmy do rzeczy:

Rozważyć pudełko w kształcie graniastosłupa o podstawie trapezu równoramiennego, w którym znajdują się dwie kule o średnicy $2R$ nieznacznie mniejszej od grubości pudełka (wysokości graniastosłupa). Pudełko może obracać się wokół pionowej osi jak na rysunku.



Wygląd zewnętrzny pustego pudełka.



Przekrój pudełka z kulami.

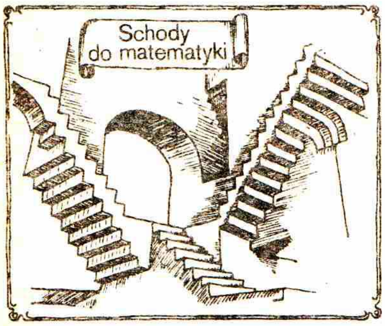
Problem 1. Napędzamy puste pudełko wprawiając je w ruch obrotowy o stałej prędkości kątowej ω_o. Co się stanie z kulą umieszczoną na skośnej części dna pudełka w odległości r od osi obrotu?

Problem 2. Napędzamy pudełko z leżącymi na jego dnie kulami wprawiając je w ruch obrotowy o prędkości kątowej ω rosnącej powoli od zera do wartości ω_m, a następnie powoli obniżamy ω do zera. Podać zależność momentu pędu L, momentu bezwładności I i energii E ruchu obrotowego układu w zależności od ω. Czy otrzymamy jednoznaczną zależność? Przedyskutować wynik w zależności od ω_m.

Problem 3. Zakładamy, że układ jest zamocowany w sposób umożliwiający obrót bez tarcia. Przykładamy mały moment siły powodując rozpędzenie układu do prędkości kątowej ω_m, a następnie zmieniamy znak momentu siły i utrzymujemy go aż do zatrzymania układu. Znaleźć ω, L, I, E w zależności od czasu. Czy zależności L, I, E od ω są takie same jak w problemie 2? Czy wystąpi histereza?

Pudełko ma moment bezwładności I_0 i wysokość h, kąt ostry przy podstawie trapezu wynosi α, a masa każdej z kul jest równa m.

Redaguje doc. dr Jan GAJ



Placki ziemniaczane

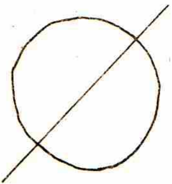
Nietrudno przepołowić nożem okrągły placek ziemniaczany: wystarczy przeciąć go przez środek (rys. 1). *Wystarczy,* ale i *trzeba:* linia prosta dzieli koło na dwie części o równych polach wtedy i tylko wtedy, gdy przechodzi przez jego środek.

Równie łatwo jest podzielić na dwie równe części kwadrat i można to zrobić na wiele (*nieskończenie* wiele) sposobów i tak jak dla koła, każde cięcie musi przechodzić przez środek. Jak jest dla trójkąta równobocznego? Trudno by było przedstawić opisowo położenie linii prostej dzielącej na połowy nieregularny obszar, taki – jak na przykład – na rysunku 2. Możemy tylko udowodnić *twierdzenie egzystencjalne*:

Twierdzenie I. Jeżeli A jest obszarem na płaszczyźnie, to istnieje linia prosta dzieląca A na dwie części o równych polach.

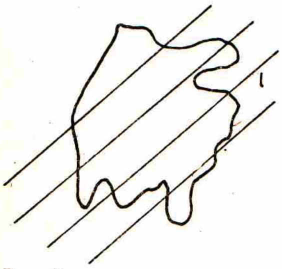
„Dowód". Wykorzystamy znaną z analizy matematycznej **własność Darboux** funkcji ciągłej: jeżeli $f : [a,b] \to \mathbf{R}$ jest funkcją ciągłą, taką że $f(a) < 0$, a $f(b) > 0$, to istnieje wewnątrz przedziału $[a,b]$ taka liczba c, że $f(c) = 0$. Wyrażona tu własność ujmuje bodajże najbardziej istotny aspekt pojęcia ciągłości: linie ciągłe nie mogą przenikać wzajemnie przez siebie nie przecinając się.

Rozpatrzmy więc obszar A (rys. 2), wybierzmy dowolnie kierunek $\vec{w}$ i patrzmy, co się dzieje, gdy pewną prostą l przesuwamy równolegle w kierunku $\vec{w}$. Określmy funkcję, której wartością jest różnica pól części, na które l rozcina A. Gdy l jest całkowicie „pod" A, czyli jedna z części jest pusta, wartość funkcji jest dodatnia, dla drugiego położenia – ujemna. Zatem gdzieś „w środku" musi być równa zeru, tj. obie części mają równe pola.



Rys. 1

Do tego fragmentu tekstu można odnieść kilka uwag. Dlaczego słowo „dowód" wziąłem w cudzysłów? Ponieważ nie jest to ścisły dowód, a właściwie tylko jego pomysł. Używamy też pojęcia pola w niedostatecznie precyzyjny sposób. W nie do końca jasny sposób określiliśmy funkcję i korzystaliśmy z jej ciągłości nawet bez prób uzasadnienia. Nie wiadomo, dla jakich obszarów nasze twierdzenie jest stosowalne (czy naprawdę rozumowanie jest dobre dla każdych?). No, ale tak pracuje każdy matematyk i chyba każdy intelektualista: najpierw pomysł, potem staranne przetworzenie go i dopracowanie szczegółów. Wpadnięcie na pomysł wymaga intuicji i wiedzy, opracowanie go – wiedzy, techniki i rzetelności.



Rys. 2

Drugą uwagą, którą warto zrobić, jest to, że udowodniliśmy właściwie twierdzenie mocniejsze niż I, a mianowicie:

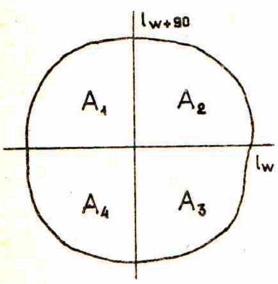
Twierdzenie II. Jeżeli A jest obszarem na płaszczyźnie, to istnieje linia prosta dzieląca A na dwie części o równych polach. Prosta ta może mieć dowolny, przedtem obrany kierunek.

Kolisty placek można też podzielić na cztery równe ćwiartki (rys. 3). Matematycznie własność ta to, oczywiście,

Twierdzenie III. Dowolny obszar na płaszczyźnie można podzielić na cztery części o równych polach dwiema prostymi prostopadłymi.

Dowód (równie ścisły, jak i poprzedni). Wybierzmy prostą l_α połowiącą obszar i tworzącą z ustaloną osią kąt $\alpha \in [0°, 90°]$. Podzielmy A na dwie połowy inaczej, za pomocą prostej prostopadłej do l_α. Mamy (rys. 3)

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4 \quad \text{oraz} \quad A_1 + A_4 = A_2 + A_3\,.$$



Rys. 3

Określamy funkcję $f : [0°, 90°] \to \mathbf{R}$ wzorem $f(\alpha) = A_1(\alpha) - A_2(\alpha)$. Ponieważ na obu końcach przedziału określoności ma ona przeciwne znaki, więc (znów nie dyskutujemy, *dlaczego* jest ciągła) gdzieś wewnątrz się zeruje. Dla pewnego kąta α_0 mamy więc $A_1(\alpha_0) = A_2(\alpha_0)$, zatem wszystkie cztery części mają równe pola. Możemy jednym cięciem podzielić na dwie równe części dwa okrągłe placki: ciąć należy, oczywiście, wzdłuż prostej łączącej dwa środki. Do zrealizowania takiego podziału placki nie muszą być koliste:

Twierdzenie IV. Dla dowolnych dwóch obszarów na płaszczyźnie istnieje prosta przecinająca je na dwie części o równych polach.

Dowód... pozostawiamy Czytelnikom.

Sami przejdziemy do trzeciego wymiaru, ale przedtem przekonajmy się, że twierdzenie IV nie jest prawdziwe dla trzech płaskich obszarów – nie znajdziemy takiej linii dla trzech kół, których środki nie leżą na jednej prostej.