

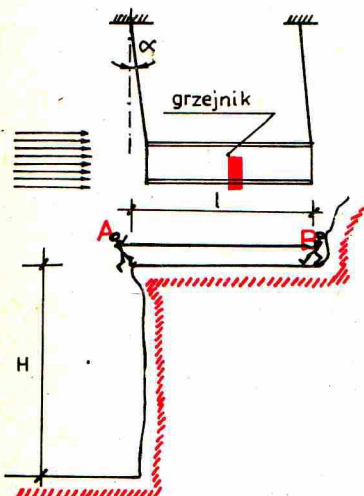
Skrót regulaminu

Každy może nadsyłać rozwiązania zadań z numeru n w terminie do końca miesiąca $n + 3$. Szkice rozwiązań zamieszczamy w numerze $n + 4$. Można nadsyłać rozwiązania czterech, trzech, dwóch lub jednego zadania (każde na oddzielnej kartce), można to robić co miesiąc lub z dowolnymi przerwami. Rozwiązania zadań z matematyki i z fizyki należy przysyłać w oddzielnych kopertach, umieszczając na kopercie dopisek: **Klub 44 M** lub **Klub 44 F**. Oceniamy zadania w skali od 0 do 1 z dokładnością do 0,1. Ocenę mnożymy przez współczynnik trudności danego zadania: $WT = 4 - 3S/N$, gdzie S oznacza sumę ocen za rozwiązania tego zadania, a N - liczbę osób, które nadesłały rozwiązanie choćby jednego zadania z danego numeru w danej konkurencji (M lub F) - i tyle punktów otrzymuje nadsyłający. Po zgromadzeniu 44 punktów, w dowolnym czasie i w którejkolwiek z dwóch konkurencji (M lub F), zostaje on członkiem Klubu 44, a nadwyżka punktów jest zaliczana do ponownego udziału. Trzykrotne członkostwo - to tytuł **Weterana**. Szczegółowy regulamin został wydrukowany w numerze 7/1990.

Termin nadsyłania rozwiązań:
31 XII 1990

Zadania z fizyki nr 107, 108

Redaguje dr Andrzej NADOLNY



107. Lekki cylinder wykonany z materiału izolującego ciepłnie jest zawieszony na dwóch nitkach jak na rysunku. Na wewnętrznej powierzchni cylindra w połowie jego długości znajduje się grzejnik elektryczny w kształcie pierścienia. Umieszczenie cylindra w laminarnym strumieniu powietrza skierowanym wzdłuż jego osi powoduje odchylenie się nici zawieszenia od pionu o pewien kąt α . Czy włączenie zasilania grzejnika będzie miało wpływ na ten kąt, a jeśli tak, to jaki?

108. Dwaj taternicy znajdują się na poziomym, płaskim tarasie nad przepaścią o wysokości $H = 14$ m. W pewnej chwili taternik A spada w przepaść. Jego kolega B, stojący w odległości $l = 7$ m od krawędzi, trzyma linę asekuracyjną, do której przywiązany jest spadający. Jak powinien on postępować, aby zminimalizować prędkość upadku towarzysza na dno przepaści i samemu nie spaść? Może on trzymać się liny kruczowo bądź też dowolnie regulować siłę jej wypuszczenia. Przyjąć, że tarcie liny o próg skalny jest zaniedbywalne, natomiast współczynnik tarcia taternika B o podłoże wynoszą: 0,5 dla tarcia kinetycznego i 0,7 dla tarcia statycznego. Masy taterników A i B wynoszą odpowiednio $m_A = 100$ kg, $m_B = 70$ kg. Wytrzymałość liny, którą można uznać za nierozciągliwą, jest równa 2000 N. Obliczyć przybliżoną prędkość upadku taternika A w najbardziej korzystnym przypadku.

Rozwiązania zadań z fizyki z numeru 5/1990

Przypominamy treść zadań:

99. Między dwoma punktami o ustalonej różnicy wysokości i odległości poziomej budujemy tor bobslejowy. Podać - jakościowo - kształty toru, dla których osiągnane byłyby: a) maksymalna prędkość końcowa, b) maksymalna prędkość średnia, c) minimalny czas przejazdu.

100. Oszacować maksymalny możliwy zasięg samolotu odrzutowego, lecącego z prędkością 800 km/h, na podstawie następujących danych: stosunek siły nośnej (wytworzonej przez skrzydła) do siły oporu powietrza - 5, energia spalania paliwa - $4 \cdot 10^7$ J/kg, stosunek masy powietrza do masy paliwa w wyrzucanych gazach spalinowych - 50. Inne, niezbędne dane należy przyjąć samemu.

99. Poszukiwane kształty torów dla przypadków a, b, c przedstawia rysunek.



100. Wprowadźmy oznaczenia: M - masa własna samolotu, m_p - masa początkowa paliwa, v - prędkość samolotu, c_{sp} - energia spalania paliwa, $g = 10$ m/s² - przyspieszenie ziemskie. Przyjmując średni ciężar samolotu $Q = (M + m_p)/2$ g, obliczamy w sposób przybliżony pracę użyteczną, jaką wykonują silniki samolotu na dystansie s :

$$L = 0,2Qs = 0,2(M + m_p/2)gs.$$

Z drugiej strony, przyjmując sprawność silników równą η , mamy przy całkowitym zużyciu paliwa:

$$L = \eta c_{sp} m_p.$$

Przy założeniu, że $m_p = M$ uzyskujemy

$$s = (10/3)(\eta c_{sp}/g).$$

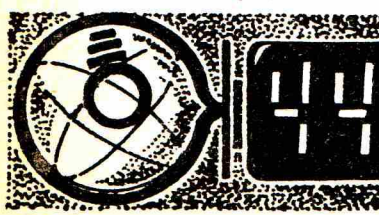
Podstawiając $\eta = 0,8$ (maksymalna możliwa sprawność silnika cieplnego dla temperatur $T_1 = 1250$ K, $T_2 = 250$ K), otrzymujemy $s = 10^4$ km.

W rozwiązaniu pominieliśmy energię unoszoną przez gazy spalinowe: przy prędkości gazów zbliżonej do prędkości dźwięku ich energia wynosi zaledwie 1% energii spalania paliwa.

Czołówka ligi zadaniowej Klub 44 F

po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 91 ($WT=2,43$) i 92 ($WT=1,23$)
z numeru 8/1989

Aleksander Surma	- Myszków	43,85pkt
Wojciech Pelsert	- Wrocław	35,32pkt
Flotr Bała	- Toruń	35,27pkt
Andrzej Borowski	- Aleksandrów	
	Kujawski	34,01pkt
Przemysław Gworys	- Częstochowa	32,88pkt
Mariusz Bogacz	- Pińczów	30,70pkt
Jacek Stelmach	- Zabrze	29,44pkt
Marek Karaf	- Tarnów	29,30pkt
Adam Sikorski	- Lublin	26,96pkt
Leszek Motyka	- Kraków	19,18pkt



po uwzględnieniu ocen rozwiązań
zadań 193 (WT=1,40), 194 (WT=4,00),
195 (WT=2,80), 196 (WT=2,14)
z numerów 8 i 9/1989

Kazimierz Serbla	- Sanok	43,36pkt
Adam Czołnik	- Bytom	42,49pkt
Jerzy Janowicz	- Bolesławiec	41,95pkt
Krzysztof Zawislowski	- Warszawa	41,45pkt
Dariusz Rybacki	- Kraśnik	40,18pkt

Dziękujemy nielicznym uczestnikom,
którzy - nie straszeni potężnym saburzeniem
regularności „cyklu zadaniowego” (i *Delta*
w ogóle), spowodowanym przeciętą przez
niekontrolowane tytuloty - zdecydowali się
prysłać rozwiązania zadań z „sierpniowego”
i „wrześniowego” numeru.

I my - nie straszeni nielenormalnością sytuacji,
nie wiedzając, jakie niespodzianki przysyła
gotuje - zdecydowaliśmy jesteśmy kontynuować
sabawę tak długo, jak się da.

Zadania z matematyki nr 209, 210

Redaguje dr Marcin E. KUCZMA

209. Czy istnieje w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej zbiór domknięty, którego część wspólna z dowolną płaszczyzną jest zbiorem skończonym, niepustym?

210. Niech $m, n \geq 1$ będą liczbami naturalnymi. Oznaczmy ich największy wspólny dzielnik przez d .

(a) Udowodnić, że jeśli iloraz m/d jest liczbą nieparzystą, to liczby $u = 2^m - 1$ i $v = 2^n + 1$ są względnie pierwsze.

(b) Obliczyć największy wspólny dzielnik liczb u i v , gdy m/d jest liczbą parzystą.

Zadanie 210 zaproponował pan Jan Ciach z Ostrowca Świętokrzyskiego, jako naturalną kontynuację zadania 190 (*Delta* 4/1989).

Rozwiązania zadań z matematyki z numeru 5/1990

Przypominamy treść zadań:

201. Znaleźć maksimum objętości czworokątów mających pięć krawędzi długości nie większej niż 1.

202. Dowieść, że $\sum (x_k/x_{k+1}) \leq \sum (x_k/x_{k+1})^2$ dla dowolnych $x_1, \dots, x_n > 0$ (sumowanie po k od 1 do n ; $x_{n+1} := x_1$).

201. Niech CD będzie tą krawędzią czworokąta $ABCD$ (z rozważanej klasy), na której długość nie nakłada się ograniczeń. Przy ustalonym położeniu wierzchołków A, B, C objętość V_{ABCD} będzie maksymalna, gdy wierzchołek D będzie leżał możliwie najdalej od płaszczyzny ABC - czyli gdy ABD będzie trójkątem równoramiennym, $|AD| = |BD| = 1$, leżącym w płaszczyźnie prostopadłej do ABC . A wówczas

$$3V_{ABCD} = S_{ABC} \cdot \sqrt{1 - (x/2)^2}.$$

Przy ustalonej długości $|AB| = x \in (0; 1)$, maksymalna wartość pola S_{ABC} (osiągana dla trójkąta równoramiennego, $|AC| = |BC| = 1$) wynosi $(x/2)\sqrt{1 - (x/2)^2}$. Zatem (przy ustalonym x)

$$V_{ABCD} \leq (x/6) (1 - (x/2)^2) =: V(x)$$

(równość dla $|AC| = |BC| = |AD| = |BD| = 1$, pł. $ABC \perp$ pł. ABD).

Gdy x przebiega przedział $(0; 1)$, funkcja $x \mapsto V(x)$ rośnie. Tak więc szukane maksimum (osiągane, gdy także krawędź AB ma długość 1) wynosi $V(1) = \frac{1}{6}$.

202. Oznaczając $x_k/x_{k+1} = a_k$ mamy $a_1 \cdot \dots \cdot a_n = 1$, skąd $a_1 + \dots + a_n \geq n$ (średnia arytmetyczna i geometryczna). Zatem na mocy nierówności Cauchy'ego-Schwarza

$$\begin{aligned} (\sum a_k)^2 &= (\sum 1 \cdot a_k)^2 \leq (\sum 1) (\sum a_k^2) = \\ &= n \sum a_k^2 \leq (\sum a_k) (\sum a_k^2). \end{aligned}$$

i wobec tego

$$\sum a_k \leq \sum a_k^2.$$



Zadania

Redaguje mgr Michał WOJCIECHOWSKI

M 574. Dla jakich liczb naturalnych n wyrażenie $\underbrace{\ln \ln \dots \ln}_n$ jest określone?

Rozwiązanie na str. 5

M 575. Dane są okręgi O_1 i O_2 oraz punkt p . Skonstruować trójkąt równoboczny, którego jednym wierzchołkiem jest punkt p , drugi należy do okręgu O_1 , a trzeci do O_2 .
Rozwiązanie na str. 12

M 576. Danych jest dziesięć liczb całkowitych a_1, \dots, a_{10} . Udowodnić, że istnieją liczby $\varepsilon_i \in \{-1, 0, 1\}$, $i = 1, \dots, 10$ nie wszystkie równe zero, takie, że liczba $\sum_{i=1}^{10} \varepsilon_i a_i$ jest podzielna przez 1023.

Rozwiązanie na str. 13

Redaguje dr Krzysztof CHARCHUŁA

F 290. Dwa identyczne elektromagnetyczne impulsy prostokątne o amplitudzie pola elektrycznego V biegną naprzeciw siebie po idealnej linii transmisyjnej. Energia każdego impulsu wynosi $E \sim V^2$. Gdy impulsy spotkają się, powstanie pojedynczy impuls o amplitudzie $2V$. Czy to, że amplituda impulsu podwoiła się, oznacza, iż energia wzrosła do $4E$?

Rozwiązanie na str. 17

F 291. Spotkało się dwóch żeglarzy i każdy z nich utrzymuje, że jego łódź jest szybsza. Aby rozwiązać spór, postanowili urządzać regaty na pobliskiej rzece na dystansie od mostu do mostu, zgodnie z jej biegiem. W umówionym dniu nie wiał nawet najmniejszy wiatr. Pomimo to żeglarze postanowili ścigać się i obydwie łodzie zaczęły dryfować unoszone prądem rzeki. W pewnym momencie jeden z żeglarzy postawił żagle, a drugi nie zdecydował się na to do końca regat. Czy wyścig miał zwycięzcę? Jeśli tak, to który z żeglarzy wygrał?

Rozwiązanie na str. 17