## Patrz w niebo

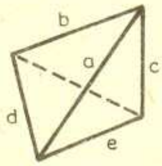
Podczas całkowitego zaćmienia Słońca staje się na krótko widoczna jego rzadka atmosfera – korona – na co dzień niedostrzegalna w oślepiającym blasku tarczy słonecznej. Jednak zaćmienia nie są na zawołanie, a wyprawa do miejsca, skąd będą widoczne, jest z reguły daleka i kosztowna. I tak potrzeba zrodziła wynalazek, koronograf (Bernard Lyot, 1930). W przyrządzie tym w ognisku obiektywu umieszcza się przesłonę, krążek o rozmiarach obrazu tarczy Słońca. Taki „sztuczny Księżyc" daje w efekcie sztuczne zaćmienie Słońca i dlatego za jego pomocą koronę słoneczną można obserwować w dowolnej porze dnia dowolnie długo.

Korzyść płynąca z wyeliminowania potężnego strumienia światła tarczy słonecznej dla każdego jest tu chyba widoczna. Mniej oczywiste jest, że podobną technikę stosuje się w przypadkach, gdzie w ogóle światła jest bardzo mało. Pisaliśmy już (artykuł M. Subotowicza, *Delta* 3/1989) o zaobserwowaniu pierścieni pyłowych wokół gwiazd (pierścienie te są prawdopodobnie prekursorami przyszłych układów planetarnych). Obraz gwiazdy przesłonięty małym krążkiem umożliwił „zobaczenie" w podczerwieni słabej poświaty owego pierścienia wokółgwiazdowego.

Ale metodę tę zastosowano też do obserwacji obiektów jeszcze słabszych, mianowicie kwazarów. Wszystko wskazuje na to, że kwazar to galaktyka z wyjątkowo jasnym jądrem, gdzie energia pochodzi z intensywnej akrecji materii na masywną czarną dziurę. Cały kwazar wskutek oddalenia jest zawsze obiektem bardzo słabym, ale jego jądro jest oślepiająco jasne w porównaniu z resztą galaktyki. Pomiary jasności kwazarów z użyciem różnych przesłon prowadził już kilka lat temu np. Gerry Neugebauer z zespołem – użyto 5-metrowego teleskopu palomarskiego. Obserwacje te również wykonywane były w podczerwieni. W tym przypadku chodziło już nawet nie o uzyskanie obrazów, lecz o zmierzenie, jaki wkład do jasności kwazara ma jego otoczka. W ten sposób uzyskano niezależny argument za tym, że kwazary istotnie mogą być galaktykami, aczkolwiek nie dało to żadnej informacji o strukturze (typie) galaktyki.

*dr Tomasz KWAST*

**Rozwiązanie zadania M 578.**
Przypuśćmy przeciwnie.




Niech $a$ będzie najdłuższą krawędzią czworościanu. Wtedy $a+b>c$, $a+c>b$, więc $a \geq b+c$ (bo z założenia z odcinków $a$, $b$, $c$ nie można zbudować trójkąta). Analogicznie $a>d+e$. Dodając stronami otrzymujemy $2a \geq (d+b)+(e+c)$, a stąd $a \geq d+b$ albo $a \geq e+c$, co w obu przypadkach daje sprzeczność.

**Rozwiązanie zadania M 571.**
Oznaczmy sumę wszystkich liczb przez $S$. Dodajmy wszystkie sumy trzech kolejnych liczb. Otrzymamy $3S$, bo każda liczba wchodziła w skład trzech trójek kolejnych liczb. Z drugiej strony dodaliśmy $n$ składników nie większych od 3. Stąd $3S \leq 3n$ i jeśli $S=n$, to suma każdych trzech kolejnych liczb jest równa 3. Analogicznie, jeżeli $S=n$, to suma każdych pięciu kolejnych liczb jest równa 5. Wówczas suma każdych dwu kolejnych liczb jest równa 2 (bo suma dwu kolejnych liczb jest równa różnicy sum pewnych pięciu liczb i pewnych trzech kolejnych liczb). Ale skoro suma każdych trzech kolejnych liczb jest równa 3, a każdych dwu kolejnych 2, to każda liczba jest równa 1.

## Elementarny dowód nierówności Erdösa–Mordella

Poniższy problem postawił Paul Erdös w 1935 roku *(American Mathematical Monthly, Problem 3740)*: Jeżeli $O$ jest dowolnym punktem wewnętrznym trójkąta $ABC$ i $P$, $Q$, $R$ są spodkami prostopadłych opuszczonych z punktu $O$ odpowiednio na boki $BC$, $CA$, $AB$, to

$$OA+OB+OC \geq 2(OP+OQ+OR).$$

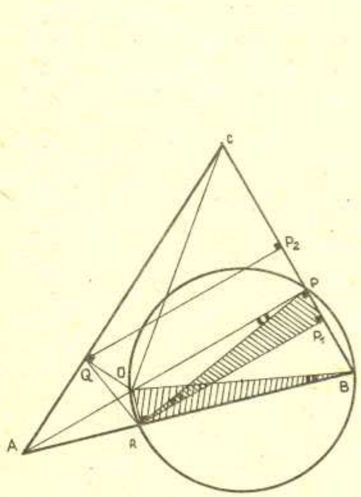
W dwa lata później pojawiło się jego uzasadnienie (L.J. Mordell). Obecnie znamy różne dowody tego faktu (patrz np. Д.О. Шклярский, Н.Н. Ченцов, И.М. Яглом, „Геометрические неравенства и задачи на максимум и минимум", зад. 111(6) lub *Delta* 11/1988).

Oto dowód L. Bankoffa z 1958 roku metodą geometrii elementarnej (bez użycia trygonometrii).

Niech $P_1$ i $P_2$ będą spodkami prostopadłych opuszczonych z punktów $R$ i $Q$ na bok $BC$. Analogicznie definiujemy punkty $Q_1$ i $Q_2$ oraz $R_1$ i $R_2$ na pozostałych bokach. Ponieważ trójkąty $PRP_1$ i $OBR$ są podobne (rys.), więc $P_1P = \frac{PR \cdot OR}{OB}$. Analogicznie $PP_2 = \frac{PQ \cdot OQ}{OC}$, $Q_1Q = \frac{PQ \cdot OP}{OC}$, $Q_2Q = \frac{RQ \cdot OR}{OA}$, $R_1R = \frac{RQ \cdot OQ}{OA}$, $RR_2 = \frac{RP \cdot OP}{OB}$. Wówczas

$$\begin{aligned} &OA+OB+OC \geq \\ &\geq OA\left(\frac{P_1P+PP_2}{RQ}\right)+OB\left(\frac{Q_1Q+QQ_2}{RP}\right)+OC\left(\frac{R_1R+RR_2}{PQ}\right)= \\ &=OP\left(\frac{RP\cdot OC}{PQ\cdot OB}+\frac{PQ\cdot OB}{RP\cdot OC}\right)+OQ\left(\frac{PQ\cdot OA}{RQ\cdot OC}+\frac{RQ\cdot OC}{PQ\cdot OA}\right)+ \\ &+OR\left(\frac{RP\cdot OA}{RQ\cdot OB}+\frac{RQ\cdot OB}{RP\cdot OA}\right) \geq 2(OP+OQ+OR), \end{aligned}$$

gdyż dla dowolnych dodatnich liczb $p$ i $q$, $\frac{p}{q}+\frac{q}{p} \geq 2$.




*Jarosław GÓRNICKI*