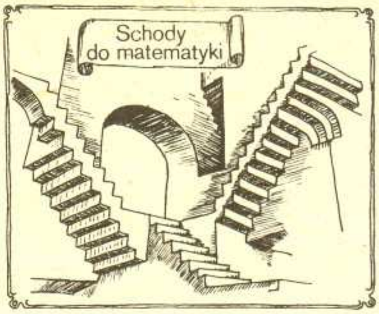
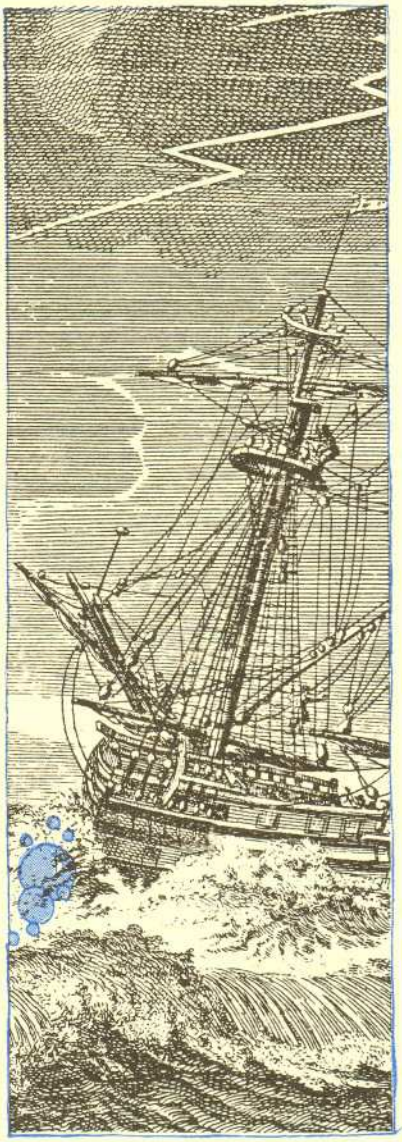


Po co myśleć – eksperymentuj, mawiał Tomasz Edison. Było w tym wiele racji: największe wynalazki techniki wzięły się z wytrwałych prób i teoretycznych opracowań tych doświadczeń. Po tym następowały kolejne doświadczenia i kolejne poprawki teorii. Wreszcie, niejako metodą kolejnych przybliżeń, uzyskiwano zadowalający produkt końcowy: lampę żarową, fonograf, automobil, aeroplan czy wreszcie mózg elektronowy. Przedstawiciele nauk przyrodniczych też bazowali na doświadczeniach, a w najgorszym razie na obserwacjach (astronomowie). Jakiekolwiek prace teoretyczne były prędzej czy później weryfikowane w Eksperymencie. I tylko matematyka pozostawała domeną czystego myślenia – do powszechnie badanych w geometrii, analizie i algebrze wielowymiarowych przestrzeni, nierzadko złożonych nie z punktów, lecz z funkcji albo i bardziej skomplikowanych obiektów, nie można było dobrać się inaczej niż za pomocą kartki i ołówka, no i własnej, specyficznie matematycznej wyobraźni. I oto dzięki komputerom i matematyka staje się trochę nauką „doświadczalną": oglądanie skomplikowanych, wielowymiarowych tworów geometrycznych staje się możliwe dzięki grafice komputerowej, a bariery typu „to się nie da obliczyć, bo trwałoby latami" pękają jedna po drugiej. Mniej zauważalnym apektem powszechnej dostępności komputerów jest to, że praca z nimi wymaga nieco innego myślenia. I tylko od *nauczającego* zależy, czy komputer ogłupi *uczącego się,* czy nie.



Chciałbym na bardzo prostym przykładzie pokazać, co to za „inne" myślenie. Dziekuję tu mojemu kuzynowi, profesorowi prawa na UJ, za wypowiedź, która skłoniła mnie do napisania tego (i jeszcze jednego) artykułu. Powiedział on mianowicie, że jego zdaniem każda maszyna ogłupia, a komputer to już do kwadratu.

Gdy moja córka była w ósmej klasie, „rozwiązała" kiedyś równanie kwadratowe $x^2 - 7x + 10 = 0$ tak: napisała $x = \sqrt{7x - 10}$ i uważała, że to koniec rozwiązania. Na moje pretensje, że przecież, z grubsza rzecz biorąc, wyraziła x przez x, odpowiedziała rozsądnie: „a, to ja zaraz poprawię" i wstawiła zamiast x pod pierwiastkiem to, czemu owo x się równa, tj. dostała $x = \sqrt{7\sqrt{7x - 10} - 10}$ i chciała potem, nieco bezmyślnie, *iterować* postępowanie: $x = \sqrt{7\sqrt{7\sqrt{7x - 10} - 10} - 10}$ i tak dalej.

Przerwałem te obiecujące próby i zmusiłem ją do pójścia bardziej tradycyjną drogą (*be kwadrat minus cztery ace* i tak dalej). Nieprzemyślana metoda mojej córki nie jest jednak taka zła. Wystarczy napisać program, choćby i taki

```
10 PRINT "ROZWIAZYWANIE ROWNANIA X^2-7*X+10"
20 INPUT "WARTOSC POCZATKOWA X0=";X
30 X=SQR(7*X-10)
40 PRINT "OTO PRZYBLIZONE ROZWIAZANIE:";X
50 INPUT "ZADOWOLONY Z PRZYBLIZENIA";T$
60 IF T$="N" THEN 30
99 END
```

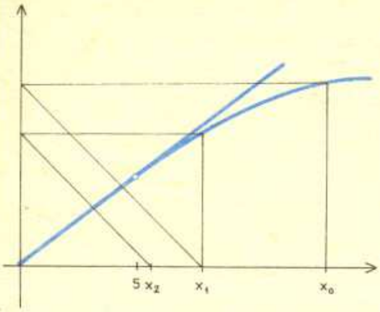
i „zapuścić" go na dowolnym komputerze lub programowanym kalkulatorze. Teraz możemy (a nawet musimy) zacząć myśleć. Oto pytania, jakie w tej i podobnej sytuacji powinny nam przyjść do głowy:

1. Czy nasz algorytm zawsze doprowadza do rozwiązania? A jeśli nie, to kiedy?

2. Czy daje wszystkie rozwiązania? Jeżeli nie wszystkie, to *które*?

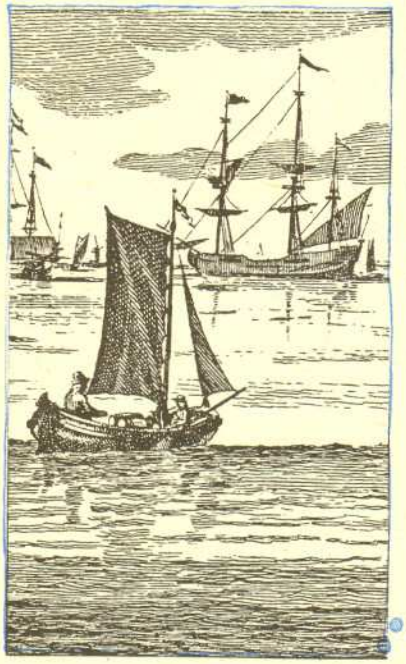
3. Czy jest dostatecznie szybko zbieżny do rozwiązania, a może moglibyśmy znaleźć szybszy?

Rozwiązanie zadania F 286.
Z chwilą uniesienia pokrywki do wnętrza czajnika dostaje się chłodniejsze powietrze, które po zamknięciu otworu pokrywką nagrzewa się i zwiększa swoją objętość uchodząc przez dziobek.



Wróćmy do naszego przykładu. Łatwo zobaczyć, że niezależnie od punktu startowego $x_0 > 2$ ciąg rozwiązań jest zawsze zbieżny do 5 (na niektórych kalkulatorach może to być 5,00001 albo 4,99999). Start z $x_0 = 2$ daje, oczywiście, ciąg stale równy 2, a gdy weźmiemy $x_0 < 2$, liczba podpierwiastkowa w instrukcji 30 szybko staje się ujemna. Można powiedzieć, że pierwiastek 5 *przyciąga* przybliżenia, a 2 – *odpycha*. Dlaczego? Czym *piątka* jest lepsza od *dwójki*? Odpowiedź można zgadnąć, analizując zamieszczony obok rysunek. Czy potraficie sformułować twierdzenie wyjaśniające, dla jakich równań uogólniona metoda MC (Mojej Córki) daje dobre (i co to znaczy *dobre*) rezultaty? Jakie własności funkcji decydują o tym, że algorytm oparty na podobnej, jak wyżej, metodzie: $x = \frac{1}{7}(x^2 + 10)$; $x = \frac{1}{7}\left(\frac{1}{7}(x^2 + 10)^2 + 10\right), \ldots$; nie jest dobry: ciąg „przybliżeń" jest szybko rozbieżny.

Gdy umiemy już odpowiedzieć na powyżej postawione pytania, możemy stosować bezpiecznie naszą metodę do innych równań, nie dających się szybko (albo i w ogóle) rozwiązać szkolnymi metodami. Do najładniejszych zastosowań takiej metody należy użycie jej w zadaniu o kozie.



Do brzegu kolistego pastwiska przywiązana jest koza. Jak długi musi być sznurek, by mogła zeżreć dokładnie połowę trawy?

A na koniec znów trochę uwag ogólnych. W podobny do opisanego sposób można by „skomputeryzować" znaczną część matematyki szkolnej. W czasie dyskusji nad programami prywatnych liceów (wiosna 1989) ze strony niektórych pracowników Uniwersytetu Warszawskiego padały bardzo radykalne projekty, np. żeby nie wprowadzać w ogóle pojęcia pochodnej, bo wszystkie zadania, w których ona występuje, da się rozwiązać pisząc odpowiedni program i w ten sposób skierujemy wysiłek intelektualny uczniów w zupełnie inną, bardziej współczesną stronę. Trudno takie projekty brać całkiem na serio i ja też ani nie postuluję nauczania rozwiązywania równań kwadratowych tylko opisaną wyżej metodą, ani nie popieram wyeliminowania pochodnej przez jej komputerowe aproksymacje. Wciąż jednak hasło „komputeryzacja w szkole" zbyt często sprowadza się do szkolnego kółka (jeśli w ogóle), na którym uczniowie grają w bushido czy strzelają do nieprzyjacielskich statków kosmicznych.

Dr Michał SZUREK

XX Międzynarodowa Olimpiada Fizyczna

W dniach 16–24 lipca 1989 r. odbyła się w Warszawie XX Międzynarodowa Olimpiada Fizyczna. Uczestniczyło w niej 30 drużyn – liczących po pięciu uczniów szkół średnich i dwóch opiekunów – z pięciu kontynentów. Przez dwa dni zawodnicy rozwiązywali trzy zadania teoretyczne oraz zadanie doświadczalne (zadania te postaramy się przedstawić w najbliższych numerach).

Pozostały czas wypełniał bogaty program towarzyszący, obejmujący m.in. zwiedzanie Warszawy, Żelazowej Woli i Nieborowa oraz wycieczkę na Mazury (w czasie gdy młodzież odpoczywała na wycieczce, opiekunowie sprawdzali rozwiązania swych zawodników i uzgadniali oceny z zespołami oceniającymi).

Najlepsi uczestnicy Olimpiady otrzymali medale, dyplomy i nagrody rzeczowe. Dziesięć złotych medali przypadło w udziale reprezentantom Stanów Zjednoczonych, Węgier, Rumunii, RFN (dwa medale), W. Brytanii, Singapuru, ZSRR, Bułgarii i Holandii.

Trójka Polaków (Cezary Śliwa, Piotr Kossacki i Tomasz Motylewski) znalazła się na czele dwudziestosześcio-osobowej listy srebrnych medalistów, czwarty (Romuald Janik) – wśród trzydziestu zdobywców brązowych medali. Przyznano też trzydzieści trzy wyróżnienia (z Polaków otrzymał je Leszek Mencnarowski) oraz kilka nagród specjalnych.

W organizacji Olimpiady brali udział fizycy z Uniwersytetu Warszawskiego oraz Instytutu Fizyki Polskiej Akademii Nauk.

XX-IPhO · 1989 · WARSZAWA · POLSKA · 50 µm

A. N.