

Numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych kryje wiele niespodzianek.

Okrag o srodku w punkcie (0,0) i promieniu R to zbior punktow (R cos φ, R sin φ), gdzie φ ∈ [0, 2π]. Traktujac wsporzadne x i y punktow okregu jako funkcje zmiennej φ i różniczkujac otrzymujemy:

$$\begin{aligned} x'(\varphi) &= -R \sin \varphi = -y(\varphi), \\ y'(\varphi) &= R \cos \varphi = x(\varphi). \end{aligned}$$

Jeśli chcemy narysować rozwiązanie tego układu równań na ekranie komputera, to najprościej zamienić równania różniczkowe na równania różnicowe

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - hy_n, \\ y_{n+1} &= y_n + hx_n, \end{aligned}$$

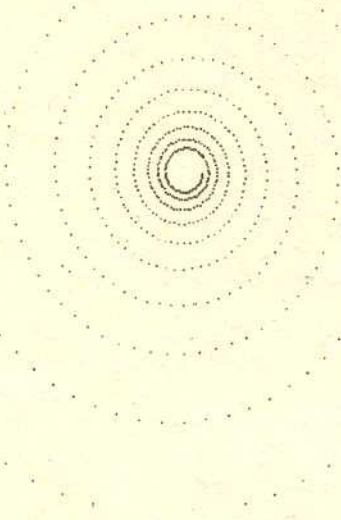
przy warunku początkowym $x_0 = R$ i $y_0 = 0$, a następnie rysować otrzymane punkty.

Na rysunku 1 widzimy wynik dla kroku $h = 0,1$. Niezupełnie to, co chcieliśmy. Dla $h = 0,01$ niewiele lepiej – rysunek 2. Wystarczy jednak maleńka zmiana

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - hy_n, \\ y_{n+1} &= y_n + hx_{n+1} \end{aligned}$$

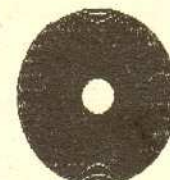
i wynik jest idealny – rysunek 3.

liczba obrotow 10



Rys. 1

liczba obrotow 50



Rys. 2

liczba obrotow 50



Rys. 3

Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

KORESPONDENCYJNY KLUB FIZYKÓW

Drodzy Członkowie i Sympatycy Klubu!
Przypominamy, że co miesiąc przyznajemy nagrodę książkową dla autora najciekawiej opracowanego rozwiązania postawionych zagadnień. A oto nowa seria propozycji:

1. Zbadaj, jak zależy wysychanie tkaniny od wilgotności względnej powietrza, od temperatury otoczenia i od ruchów powietrza. W tym celu wybierz „wzorcowy” kawałek płótna, np. 1 dcm² starego prześcieradła i badaj zależność czasu wysychania od różnych czynników. W tym prostym, a praktycznym doświadczeniu możesz wykazać się dużą pomysłowością i naukowym podejściem do zagadnienia. Jest jedno „ale”. W jaki sposób wyznaczyć wilgotność powietrza? W tym celu musimy zbudować urządzenie do pomiaru wilgotności. Będzie to tak zwany psychrometr (inaczej: higrometr).

Tablica psychrometryczna względnej wilgotności powietrza w %

t_s (°C)	$t_s - t_m$ (°C)									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	100	88	76	65	54	44	34	24	14	4
12	100	89	78	68	57	48	38	29	20	11
14	100	90	79	70	60	51	42	33	25	17
16	100	90	81	71	62	54	45	37	30	22
18	100	91	82	73	64	56	48	41	34	26
20	100	91	83	74	66	59	51	44	37	30
22	100	92	83	76	68	61	54	47	40	34
24	100	92	84	77	69	62	56	49	43	37
26	100	92	85	78	71	64	58	50	45	40
28	100	93	85	78	72	65	59	53	48	42
30	100	93	86	79	73	67	61	55	50	44

2. Budujemy psychrometr.
Najpierw definicja wilgotności: *Wilgotność względna φ (może być wyrażona w procentach) jest to stosunek obecnej w danej temperaturze masy pary wodnej f do masy pary wodnej f₀, która byłaby obecna, gdyby para wodna przy tej temperaturze była nasycona φ = f/f₀.*

Do budowy psychrometru wykorzystamy zjawisko ochładzania przez parowanie mokrej powierzchni. Postaramy się o dwa jednakowe termometry pokojowe. Bańkę jednego z nich owijamy tkaniną (może to być jedwab, batyst, itp.), której koniec zanurzony jest w naczyniu z wodą. W ten sposób bańka tego termometru będzie stale wilgotna. Termometr „mokry” pokaże zawsze niższą temperaturę (chłodzenie wynikające z parowania) niż termometr „suchy”. Byłoby dobrze, gdyby termometry znajdowały się stale w strumieniu powietrza, na przykład w pobliżu wentylatora, aby w ich otoczenie napływało stale powietrze z badanego obszaru. Jeżeli dopuścimy, aby powietrze było stojące, to, oczywiście, wilgotność w pobliżu mokrego termometru wzrośnie i zafalszuje wyniki. Gdy ustalą się wskazania mokrego termometru, należy odczytać wskazania obu termometrów $t_{s(suchy)}$, $t_{m(okry)}$ i z zamieszczonej tabelki odczytać względną wilgotność powietrza. (Tak wyznaczona wilgotność jest obarczona pewnym niewielkim błędem, ponieważ nie uwzględniamy panującego ciśnienia atmosferycznego.)

Redaguje doc. dr Tomasz HOFMOKL

Listy prosimy przysyłać pod adresem:
Korespondencyjny Klub Fizyków
Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego
ul. Hoża 69, 00-681 Warszawa.