

Rozwiązania prosimy nadsyłać do dnia 1 IX 1990 r. Wśród Czytelników, którzy nadesłały prawidłowe rozwiązania, rozlosujemy 10 książek z serii *Delta przedstawia*.

Redakcja



Rozwiązanie zadania F 382.

W naczyniach połączonych ciśnienia na tej samej wysokości są jednakowe. Ponieważ rurki manometru są otwarte, czyli połączone z atmosferą, więc i ciśnienie w nich zmienia się z wysokością tak, jak ciśnienie atmosferyczne. Wynika stąd, że ciśnienia wywierane na ciecz w obu ramionach są na tej samej wysokości takie same. Poziom cieczy w obu ramionach (w równowadze) jest więc taki sam i nasz manometr nie wskaże różnicy ciśnień między parterem a piętrem.



Rozwiązanie zadania M 563. Niech

$$\epsilon = \cos \frac{2\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{3}$$

(jest to jeden z pierwiastków trzeciego stopnia z jedności). Mamy

$$2^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{n},$$

$$(1 + \epsilon)^n =$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} \epsilon + \dots + \binom{n}{n} \epsilon^n,$$

$$(1 + \epsilon^2)^n =$$

$$= \binom{n}{0} + \binom{n}{1} \epsilon^2 + \dots + \binom{n}{n} \epsilon^{2n}.$$

Zauważmy teraz, że $1 + \epsilon^k + \epsilon^{2k} = 3$ dla k podzielnych przez 3, w przeciwnym razie $1 + \epsilon^k + \epsilon^{2k} = 0$. Stąd

$$2^n + (1 + \epsilon)^n + (1 + \epsilon^2)^n = 3 \left[\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots \right],$$

ponadto $1 + \epsilon = -\epsilon^2$, $1 + \epsilon^2 = -\epsilon$, czyli

$$(1 + \epsilon)^n = (-\epsilon^2)^n = \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)^n = \cos \frac{n\pi}{3} + i \cdot \sin \frac{n\pi}{3},$$

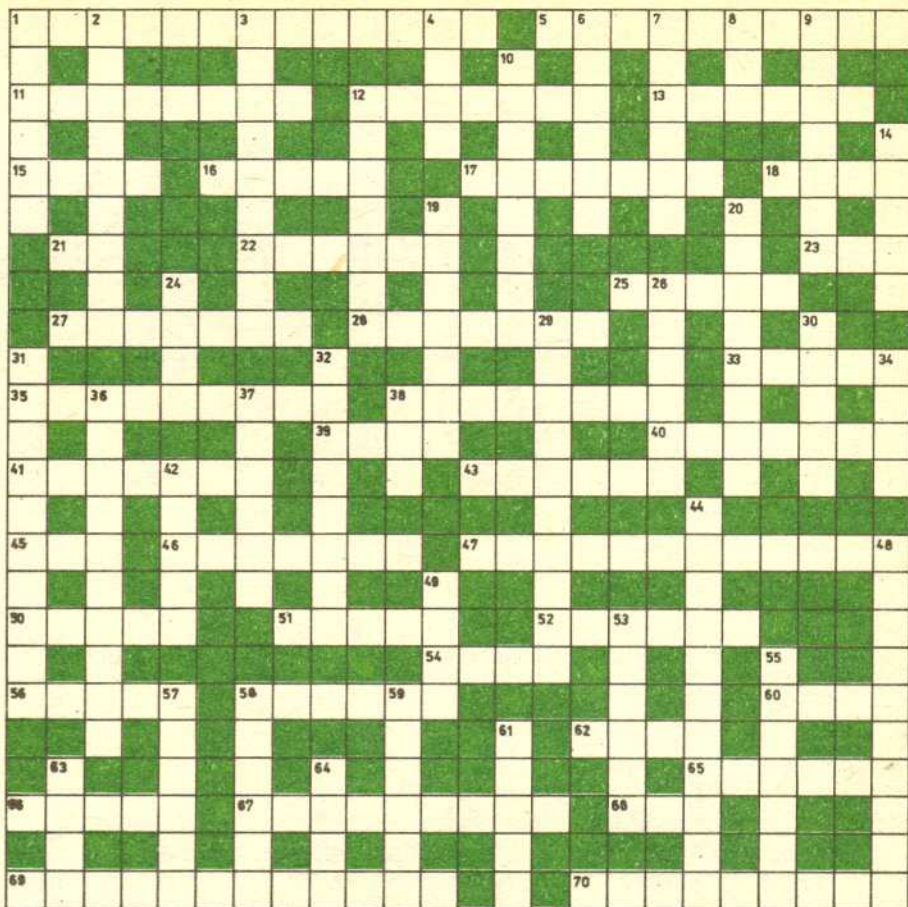
$$(1 + \epsilon^2)^n = (-\epsilon)^n = \left(\cos \frac{\pi}{3} - i \cdot \sin \frac{\pi}{3} \right)^n = \cos \frac{n\pi}{3} - i \cdot \sin \frac{n\pi}{3},$$

i ostatecznie

$$2^n + (1 + \epsilon)^n + (1 + \epsilon^2)^n = 2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3},$$

czyli

$$\binom{n}{0} + \binom{n}{3} + \binom{n}{6} + \dots = \frac{1}{3} \left(2^n + 2 \cos \frac{n\pi}{3} \right).$$



Poziomo: 1. Świątynia astronomii. 5. $3 \cdot 10^{22}$ m. 11. Seria sztucznych satelitów, z których jeden odkrył pasy Van Allena. 12. Obiega gwiazdę. 13. Najjaśniejszy prawdopodobnie obiekt we Wszechświecie. 15. Zauważył, że Galaktyka się obraca. 16. Satelita Urana. 17. W nim jest Proxima. 18. Cudowna gwiazda. 21. Zasiarczony satelita Jowisza. 22. Satelita Plutona. 23. Nie widać Księżyca. 25. Zodiaku. 27. Góra ze sławnym obserwatorium. 28. Inny satelita Jowisza. 33. Otwarta gromada gwiazd (wspak). 35. Przyrząd astronomiczny, chociaż może też świecić. 38. Przyrząd astronomiczny, którego ten spod 35 jest szczególnym przypadkiem. 39. Kryptonim sztucznego satelity na podczerwień. 40. Mniejsze kółko biegnące po większym kole. 41. Chwianie się osi ziemskiej. 43. Gwiazdozbiór długi jak rzeka. 45. Pisarz, którego twórczość jest tak związana z Kosmosem, że trudno go tu pominąć. 46. Jest tam radioteleskop wielkości stadionu. 47. Jedna ze współrzędnych niebieskich. 50. Gwiazdozbiór z cudowną gwiazdą (po łacinie!). 51. Duży krater księżycowy. 52. Imieniem tej bogini nazwana jest duża planetoida. 54. Jedna z czterech. 56. W tym gwiazdozbiórze (po łacinie!) był kiedyś najważniejszy punkt nieba. 58. Planeta jak cieplarnia. 60. Coś przeciwnego do tej spod 54. 62. W odniesieniu do kalendarzy może być stary lub nowy. 65. Zdolność odbijająca. 66. Miasto słynące z wielkiego astronoma. 67. Kąt np. między kierunkami na planetę i Słońce. 68. Widać gwiazdy. 69. Otacza niektóre planety, ale jej nie widać. 70. Dzięki temu zjawisku m.in. wyznaczono odległości gwiazd.

Pionowo: 1. Też satelita Urana. 2. Kosmiczny fajerwerk. 3. Może być sferyczna, chromatyczna lub być jednym z dowodów ruchu Ziemi. 4. Planeta z osobliwie ustawioną osią obrotu. 6. Liczby określające, którym dniem po nowiu jest 1 stycznia. 7. Czwartą co do jasności gwiazdą nieba. 8. Krzyżówkowa papuga, ale też łacińska nazwa południowego gwiazdozbioru. 9. Jednostka długości użyta przy pierwszym pomiarze promienia Ziemi. 10. Kamień, który spadł z nieba. 12. Gwiazda bardzo ważna dla żeglarzy. 14. Otaczająca nas rzeczywistość (wspak). 19. Jedna z najjaśniejszych i z najbardziej czerwonych gwiazd nieba. 20. Może to z gwiazdą zrobić np. Księżyc. 24. Jeden z twórców tajemniczej reguły określającej rozmiary orbit planet. 26. Jedna z planet (wspak). 29. Pochłanianie światła, np. w atmosferze. 30. To miasto chciało kiedyś leżeć na zerowym południku. 31. Gotowanie się powierzchni Słońca. 32. Pewien rój meteorów. 34. Ma to Galaktyka, ale może też mieć Słońce lub Księżyc. 36. Mierzenie jasności gwiazd. 37. Tworzy go pewna czwórka gwiazd w Orionie. 38. Jedyna litera grecka będąca zarazem skrótem nazwy gwiazdozbioru. 42. Panował podobno przed stworzeniem świata. 44. Uczona nazwa migotania gwiazd. 48. Jej poświęcona jest ta krzyżówka. 49. Ludowa nazwa alfy Woźnicy. 53. Sformułował prawo gravitacji. 55. Obiekt jeszcze młodszy od protogwiazdy. 57. Gwiazda bardzo ważna dla nas wszystkich. 58. Polski optyk (ok. 1230-1280). 59. Seria sztucznych satelitów fotografujących Księżyc z bliska. 61. Kicający gwiazdozbiór. 63. Jeżeli gwiazdowa, to ma $23^h 56^m 4^s$. 64. Wykrył okresowość aktywności Słońca.