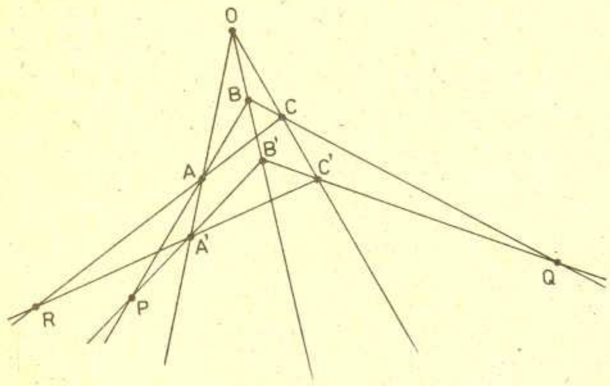
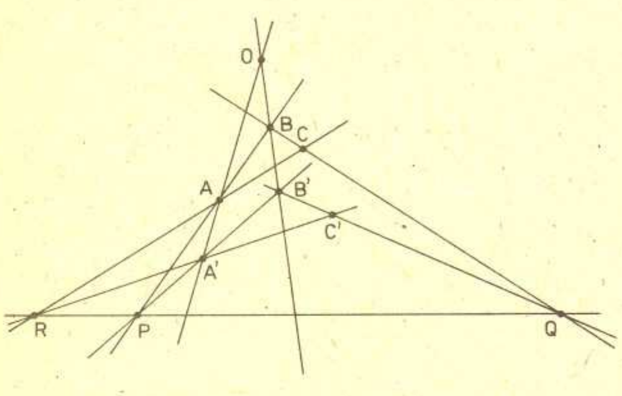
mała delta

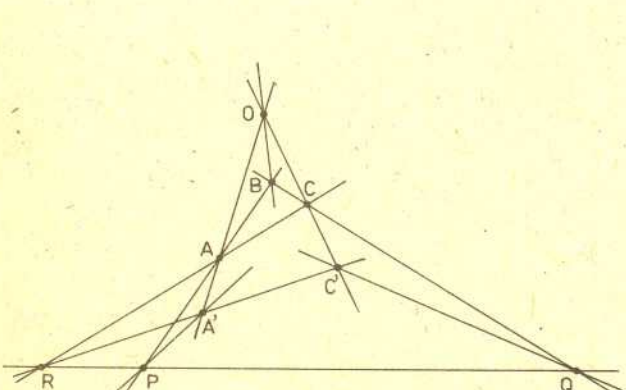
Patrząc różnie na to samo



Rys. 1



Rys. 2



Rys. 3

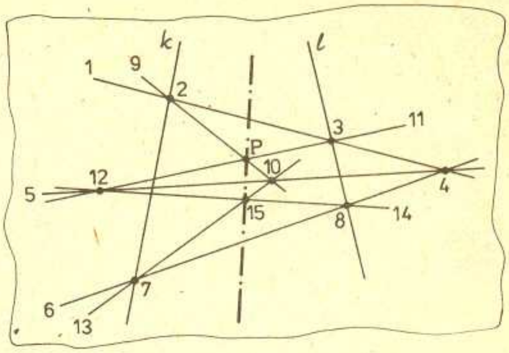
Na rysunku 1 mamy dwa trójkąty (ABC i $A'B'C'$) wpisane w trzy proste wychodzące z jednego punktu (O). Jak można się przekonać przykładając linijkę, przecięcia ich odpowiednich boków (P, Q, R) leżą na jednej prostej. Czy tak jest zawsze?

Oczywiście. Na rysunku 1 można zobaczyć również coś zupełnie innego. Jest to ostrosłup trójkątny (zapomnieliśmy narysować jego podstawę) przecięty dwiema płaszczyznami. Nic więc dziwnego, że oba przecięcia są trójkątami. Nic też dziwnego, że punkty leżące na obu płaszczyznach (a tak leżą punkty P, Q i R) leżą na jednej prostej – tak (to jest wzdłuż prostej) przecinają się płaszczyzny.

W ten sposób przez inne spojrzenie na rysunek dowiedliśmy twierdzenia Desarguesa (czytaj: dezarga). Jeżeli dorysujemy prostą P–Q–R, to otrzymamy obrazek nazywający się konfiguracją Desarguesa. Ciekawą jego własnością jest to, że nie sposób zdecydować (patrząc na niego), która z prostych jest „ostatnia", czyli którą otrzymujemy jako prostą łączącą punkty przecięcia odpowiednich boków dwóch trójkątów. Spójrzmy na rysunek 2. Nie różni się on przecież niczym od rysunku 1: mamy dwa trójkąty (RAA' i QBB') wpisane w trzy proste przechodzące przez jeden punkt (P) i wobec tego punkty przecięcia ich odpowiednich boków (C,O,C') leżą na jednej prostej (choć jest ona nie narysowana). Jest to znów rysunek do twierdzenia Desarguesa. Czytelnik zechce sprawdzić, że usunięcie dowolnej (jednej) prostej z konfiguracji Desarguesa w niczym sytuacji nie zmieni. Choć zobaczyć wtedy ostrosłup może być znacznie trudniej.

W konfiguracji Desarguesa można też nie narysować jednego (dowolnego) punktu, a na mocy twierdzenia Desarguesa okaże się, że pozbawione go trzy proste muszą w jeden punkt trafić. Przecież na rysunku 3 znów mamy dwa trójkąty (BCO i PRA') wpisane w trzy proste przechodzące przez jeden punkt (A). Dwa przecięcia odpowiednich boków już mamy (Q i B), więc ten trzeci musi leżeć na przechodzącej przez nie prostej.

Zabawnym zastosowaniem twierdzenia Desarguesa jest konstrukcja (samą linijką) prostej przechodzącej przez punkt wspólny dwóch prostych przecinających sie daleko poza kartką papieru, na której mamy konstrukcję wykonać. Oto ta konstrukcja:



Dane są proste k i l oraz punkt P. Rysujemy prostą 1 przecinającą k i l w punktach 2 i 3 i nie przechodzącą przez P. Obieramy na niej punkt 4, przez który prowadzimy inne (również nie przechodzące przez P) proste 5 i 6. Prosta 6 przecina k i l w punktach 7 i 8. Prosta 9 przez P i 2 przecina 5 w punkcie 10, prosta 11 przez P i 3 – w punkcie 12. Proste 13 (przez 7 i 10) i 14 (przez 8 i 12) przecinają się w punkcie 15. Prosta przechodząca przez P i 15 musi przejść przez punkt przecięcia prostych k i l. Prawda?

Małą Deltę przygotował Marek KORDOS

Rozwiązanie zadania M 556.
Niech $a \leq b$. Jeśli jest k serii liter A, to litery B mogą utworzyć $k-1$, k lub $k+1$ serii. Ponieważ $k \leq a$, więc w przypadku gdy $a = b$, można otrzymać co najwyżej $2a$ serii. Jeśli zaś $a < b$, to maksymalna liczba serii wynosi $2a+1$.
Ostatecznie, maksimum liczby serii wynosi $2a$ dla $a = b$ i $2\min(a,b)+1$ dla $a \neq b$.

Rozwiązanie zadania F 279.
Aby na podstawie dopplerowskiego przesunięcia linii widmowych można było zaobserwować zmianę prędkości, wielkość przesunięcia musi być większa od naturalnej szerokości linii widmowych, która wynika m.in. z ruchu cieplnego molekuł na powierzchni Słońca. Oznacza to, że prędkość statku v musi przekraczać średnią prędkość molekuł wodoru, która dla $T = 6\,000$ K wynosi $v_T = 10^4$ m/s. A więc

$$v \geq v_T = 10^4 \text{ m/s}.$$

Minimalną liczbę szczelin siatki dyfrakcyjnej określimy na podstawie zdolności rozszczepiającej

$$R = mN \geq \frac{\lambda}{\delta\lambda} \approx \frac{c}{v}.$$

Dla $m = 2$ otrzymujemy $N \geq 1,5 \cdot 10^4$.

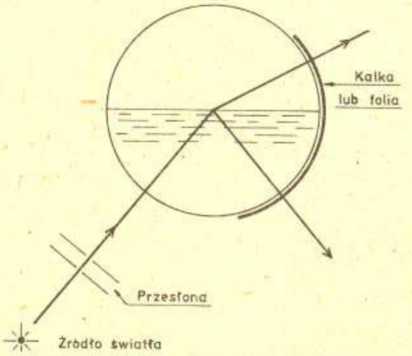
Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego

KORESPONDENCYJNY KLUB FIZYKÓW

Drodzy Członkowie i Sympatycy Klubu!
Postanowiliśmy wprowadzić punktację i nagrody za najlepsze rozwiązania problemów przedstawionych w kolejnych wydaniach Klubu. Co miesiąc będziemy przyznawali nagrodę książkową dla autora najciekawiej opracowanego rozwiązania.

1. Postaraj się o rurkę szklaną w kształcie litery U (kupiłem taką rurkę za 200 zł w sklepie z wyposażeniem akwarium). Umocuj ją w pozycji pionowej i napełnij jakąś cieczą, na przykład wodą. Słup cieczy w rurce wpraw w drgania, na przykład przez lekkie dmuchnięcie w jedno z ramion rurki. Słup cieczy będzie się wahać. Zbadaj doświadczalnie, od czego zależy okres wahań. A może potrafisz wyprowadzić wzór na okres wahań i sprawdzić go doświadczalnie?

2. Zbadaj, ile wynosi kąt graniczny padania dla całkowitego odbicia na granicy ośrodków woda – powietrze. Proponuję wykorzystać w tym celu słoik typu twist napełniony do połowy wodą z niewielką (parę kropel) domieszką mleka, aby widać było w wodzie bieg promieni świetlnych. Rysunek podpowie ci, jak przeprowadzić pomiary.



3. Zbadaj rozchodzenie się fal poprzecznych na powierzchni wody w wannie. Źródłem fal mogą być krople spadające z mokrej gazy. Proponuję wykonanie dokumentacji fotograficznej obserwowanych zjawisk. Oto garść propozycji: a) fala kołowa, b) pojedynczy impuls, c) odbicie fal, d) zjawisko Dopplera. Mile widziane własne pomysły.

Redaguje doc. dr Tomasz HOFMOKL

Listy prosimy przesyłać pod adresem:

Korespondencyjny Klub Fizyków, Wydział Fizyki Uniwersytetu Warszawskiego, ul. Hoża 69, 00–681 Warszawa.