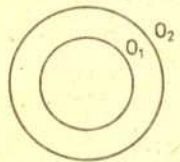


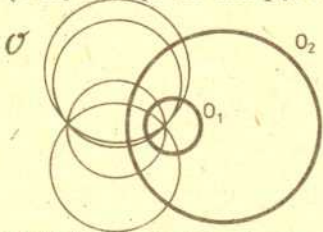
Pęki okręgów

Skonstruujemy, dla dowolnie ustalonych okręgów O_1 i O_2 , rodzinę O' okręgów, z których każdy przecina O_1 i O_2 pod kątem prostym. Taką rodzinę nazywa się **pękiem okręgów**. Gdy, dla dowolnie ustalonych okręgów O'_1 i O'_2 należących do rodziny O' , powtórzmy tę konstrukcję, otrzymamy pęk O . Wstępnym krokiem do badania własności pęków może być wykazanie, że każdy wybór okręgów O'_1 i O'_2 (różnych) daje ten sam pęk O .

Propozycje ewentualnych tematów prac na Konkurs Uczniowskich Prac z Matematyki zamieszczamy od numeru 3/1988 (z pominięciem numerów 6 i 12 z 1988 roku oraz 1, 6, 7 i 8 z roku bieżącego). Oczywiście, chętnie widzimy prace również na inne tematy.



Te dwa okręgi O_1 i O_2 nie wyznaczają żadnego pęku O' . Czy to jedyna „zła” sytuacja?



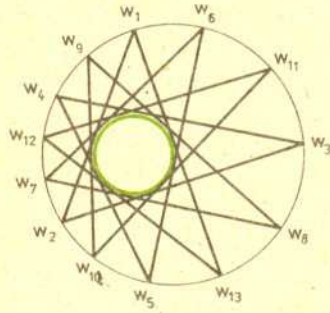
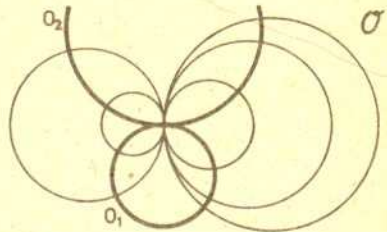
Pęki określa się też w inny sposób. Oznaczmy równanie

$$x^2 + y^2 + a_i x + b_i y + c_i = 0$$

krótko $g_i(x, y) = 0$. Jeśli $g_1(x, y) \neq g_2(x, y)$, to rodzinę figur mających równanie postaci

$$p \cdot g_1(x, y) + q \cdot g_2(x, y) = 0,$$

gdzie p i q to stałe rzeczywiste nie równe jednocześnie zeru, również nazywamy pękiem. Można łatwo sprawdzić, że w takim pęku są nie tylko okręgi (a co jeszcze?). Nasuwa się pytanie, jak zmodyfikować pierwszą definicję, by była równoważna drugiej. A może są to zupełnie różne pojęcia?



Badanie własności pęków okręgów jest ambitnym problemem matematycznym. Zamiast przytaczać tu szereg dających się uzyskać rezultatów, zwróćmy uwagę na twierdzenie o dwóch tylko okręgach, do którego uzyskania (podobno) pojęcie pęku jest niezbędne. Umieszczone w nawiasie słowo „podobno” wyraża fakt, że matematyka (jeśli wierzyć autorytetom) nie dysponuje żadnym eleganckim dowodem tego twierdzenia, a istniejące (bardzo zawiłe) dowody z pojęcia pęku korzystają. Jest to twierdzenie Poncela:

Jeżeli istnieje łamana zamknięta mająca n wierzchołków, z których każdy leży na okręgu O_1 i której każdy bok jest styczny do okręgu O_2 , to można taką (n -odcinkową) łamaną zamkniętą narysować zaczynając z dowolnego punktu okręgu O_1 .

Opracował M.K.



Zadania

Poziomy energetyczne atomu znajdującego się w zewnętrznym polu magnetycznym ulegają rozszczepieniu wskutek oddziaływania momentu magnetycznego powłoki elektronowej z polem magnetycznym. Rozszczepieniu poziomów odpowiada rozszczepienie linii widmowych promieniowania. Zjawisko to było zaobserwowane po raz pierwszy w 1896 r. przez Pietera Zeemana i nosi nazwę efektu Zeemana. W przypadku, gdy moment magnetyczny powłoki elektronowej związany jest jedynie z momentem orbitalnym elektronów (tzn. wkład spinowy wynosi 0), mówimy o normalnym efekcie Zeemana. Linia spektralna rozszczepia się wtedy na trzy składowe przesunięte w częstotliwości o $\Delta\nu = 0$ bądź $\Delta\nu = \pm \frac{eB}{4\pi m_e}$, gdzie $\omega = 2\pi\nu$, e i m_e oznaczają odpowiednio ładunek i masę elektronu, B – indukcję pola magnetycznego. Jeśli wkład od spinowych momentów magnetycznych nie jest równy zeru, to wyróżnia się dwa skrajne przypadki: przypadek słabego pola – wtedy mówimy o anomalnym efekcie Zeemana i przypadek silnego pola – wtedy mówimy o efekcie Paschena-Backa od nazwisk fizyków, którzy to zaobserwowali po raz pierwszy w 1912 r.

Redaguje dr Rafał SZTENCEL

M 553. Dwóch korektorów wykonało (niezależnie) korektę tekstu. Pierwszy znalazł 450 błędów, a drugi 300, przy czym 250 błędów wykryli obaj. Podać oszacowanie faktycznej liczby błędów.

Rozwiązanie na str. 13

M 554. Ciąg (x_n) jest określony w następujący sposób: $x_1 = a$, $x_{n+1} = x_n(2 - yx_n)$ dla $n = 1, 2, \dots$; a oraz $y > 0$ są ustalone. Z badać, dla jakich a ciąg jest zbieżny i wyznaczyć jego granicę.

Rozwiązanie na str. 3

M 555. Jaka jest najmniejsza możliwa długość dłuższej przekątnej trapezu o polu 1? Rozwiązanie na str. 2

Redaguje dr Rafał STAROŃSKI

F 276. Ocenic, jaka powinna być odległość L między zwierciadłami interferometru Fabry’ego-Pérot’a, aby z jego pomocą można było obserwować rozszczepienie Zeemana w polu magnetycznym o indukcji $B = 1$ T. Zwierciadła interferometru posrebrzone są tak, że między nimi zachodzi $N \cong 20$ odbić. Rozwiązanie na str. 7

F 277. Ocenic, jaką wielkość pola magnetycznego gwiazdy typu Słońca można zmierzyć na podstawie efektu Zeemana, w zakresie promieniowania widzialnego (przyjmujemy $\omega = 10^{15} s^{-1}$). Okres obrotu gwiazdy $\tau = 10^6$ s, promień $R = 10^{10}$ cm, temperatura powierzchni $T = 6000$ K. Rozwiązanie na str. 17