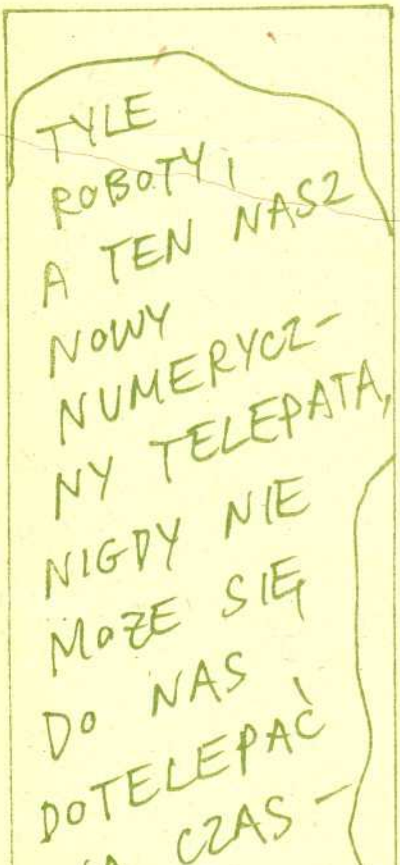
Numeryczna telepatia czy sprawność rachunkowa?

Dr Lidia GOETTIG

Przekazywanie myśli bez pośrednictwa zmysłów, czyli telepatia, jest, jak wiadomo, zjawiskiem spornym i nie wyjaśnionym naukowo. Zupełnie inaczej rzecz ma się z przekazywaniem liczb; w tej dziedzinie można osiągnąć niemałe sukcesy, a przy tym wszystko daje się uzasadnić racjonalnie. Istnieją jednakże i tu pewne ograniczenia, nie wszystkie bowiem liczby jednakowo łatwo poddają się zabiegom telepatycznym. Przekonamy się na paru przykładach, że stuprocentową skuteczność mogą gwarantować liczby będące wynikiem pewnych operacji, takich jak np. mnożenie czy dodawanie. Bezbłędne odgadywanie tego wyniku może czasem wyglądać na zawrotną sprawność rachunkową obliczeń wykonywanych w pamięci, ale przyznacie, że mało to prawdopodobne, szczególnie w przypadku osób, które jeszcze do wczoraj tak szybko liczyć nie potrafiły.



Przykład 1. Dotyczy dodawania. Występuje w nim „nadawca" (NAD) liczby i jej „odbiorca" (OD). OD powinien mieć zawiązane oczy i stać tyłem do NAD. Po uzgodnieniu największej dopuszczalnej długości liczby (w cyfrach, np. 4 cyfry) NAD i OD na zmianę podają kolejno liczby naturalne (nie przekraczające długości maksymalnej), które NAD notuje. Pierwszą i ostatnią podaje ta sama osoba, OD bądź NAD. Liczb może być więc 3, 5, 7 itd. Po zakończeniu NAD sumuje wszystkie liczby, a wynik usiłuje „przekazać" do OD, który ma cały czas zawiązane oczy. O dziwo, gdy OD ujawnia wynik, cała liczba, cyfra po cyfrze, się zgadza. Można by podejrzewać, że OD „po prostu" opanował umiejętność szybkiego sumowania wielu dużych liczb w pamięci. Proponuję więc Wam zagrać rolę OD i przekonać się, że nie jest to takie trudne.

Przykład 2. Też dotyczy dodawania. NAD i OD zamieniają się rolami (tym razem bez opaski na oczach). Ustalają znowu maksymalną długość liczby, a następnie NAD (który poprzednio grał rolę OD) wypisuje na kawałku papieru pewną, sobie tylko znaną, liczbę i chowa ją np. do kieszeni OD. Tak jak poprzednio, NAD i OD na zmianę podają liczby zapisując je. Tym razem pierwszą i ostatnią podaje NAD. Rolą NAD jest telepatyczne przekazanie do OD poleceń napisania takich liczb, aby wszystkie w sumie dały wynik zapisany *a priori*. Porównanie ... i znowu całkowita zgodność! Czy i tym razem mamy do czynienia „po prostu" z fenomenalną sprawnością rachunkową?

Przykład 3. NAD wybiera pewną liczbę nie ujawniając jej. OD wymienia inną liczbę, o dowolnej długości (długość – w cyfrach – może np. ustalić NAD). Z liczb tych NAD tworzy następnie iloczyn. Okazuje się, że OD będzie w stanie prawidłowo podać dowolną cyfrę tego iloczynu, o ile NAD ujawni wszystkie pozostałe cyfry, przy czym nawet znajomość ich kolejności nie będzie konieczna. OD będzie miał kłopoty tylko w jednym przypadku, gdy zgadywaną cyfrą będzie 0 lub 9 – nie będzie ich mógł rozróżnić. Tego przykładu nie można już tłumaczyć sprawnością obliczeniową. OD nie jest w stanie wykonać obliczeń, bowiem nie zna jednego z czynników. A więc ... numeryczna telepatia? Chyba jednak nie.

Wszystkie trzy przykłady ilustrują niezwykłe własności liczby 9 w (9+1)-kowym, czyli dziesiętnym układzie liczb.

W przykładzie 1 OD musi tak dopasować swoje liczby do liczb NAD, aby dla danej pary liczb suma cyfr w każdej kolumnie wynosiła 9. Sumę wszystkich liczb wyznaczy wtedy niesparowana liczba, którą trzeba jedynie nieco zmodyfikować (w bardzo prosty sposób) w zależności od liczby par, np.:

NAD	6348	w każdej kolumnie tej pary liczb suma cyfr wynosi 9
OD	3651	
NAD	9805	w każdej kolumnie tej pary liczb suma cyfr wynosi 9
OD	194	
NAD	4507	niesparowana liczba, wyznaczająca wynik sumowania
SUMA	24505	

Przy dwóch parach wynik powstaje przez odjęcie 2 od niesparowanej liczby i dopisanie tej dwójki z przodu (tu: na piątej pozycji od końca), bowiem dodawanie sprowadza się do:

$$\begin{array}{rl} 9999 & \text{suma dla pary liczb} \\ 9999 & \text{suma dla pary liczb} \\ + \quad x & \text{niesparowana liczba} \\ \hline \end{array}$$

czyli: $$19998 + x = 20000 + x - 2.$$

Jeśli par jest więcej, przepis się modyfikuje, np. dla 3 par (czyli sumowania 7 liczb np. 4-cyfrowych) mamy

$$3 \cdot 9999 + x = 29997 + x = 30000 + x - 3,$$

czyli trzeba od liczby x odjąć 3 i dopisać cyfrę 3 na miejscu piątym od końca. Dla 4 par trzeba odjąć 4 i dopisać 4, itd., zauważacie już chyba prostą prawidłowość. Mamy więc racjonalne wytłumaczenie, a potrzebna sprawność rachunkowa jest na pewno w zakresie naszych możliwości.

Przykład 2 jest innym sposobem zademonstrowania tego samego co wyżej. Osoba, która z góry wypisuje wynik sumowania, musi rozpoczynać i kończyć podawanie liczb, bo właśnie pierwsza liczba będzie tą niesparowaną, która wyznaczy przewidziany wynik.

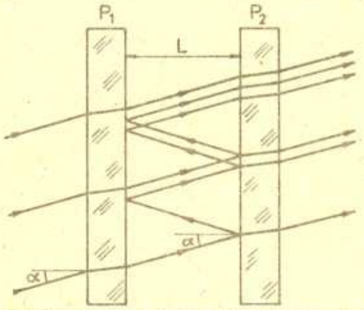
Przykład 3 wykorzystuje własności liczb podzielnych przez 9. Jeśli dodać wszystkie cyfry tworzące dowolną liczbę podzielną przez 9, a w otrzymanym wyniku znowu dodać cyfry i tak dalej, aż w końcu otrzyma się jedną cyfrę, to cyfra ta będzie równa 9. Nosi ona nazwę pierwiastka cyfrowego (z angielskiego *digital root*). To, że wielokrotności 9 mają pierwiastek cyfrowy równy 9, można wykazać przez indukcję. Dla wielokrotności $n = 1$ jest to prawda. Załóżmy, że jest to prawda dla jakiegoś n. Wykażemy, że jest nią również dla $n + 1$. Jeśli ostatnia cyfra wynosiła 0, to po dodaniu 9 suma cyfr zwiększyła się o 9, ale pierwiastek cyfrowy liczby 18 znowu wynosi 9. Jeśli zaś ostatnia cyfra była większa od 0, to w wyniku dodawania 9 ostatnia cyfra zmniejszyła się o 1, a cyfra dziesiątek wzrosła o 1 – pierwiastek cyfrowy nie uległ więc zmianie, co kończy dowód.

Podobnie można udowodnić twierdzenie odwrotne, a mianowicie każda liczba mająca pierwiastek cyfrowy 9 jest podzielna przez 9.

W przykładzie wystarczy więc dowolną liczbę pomyślaną przez NAD przemnożyć przez liczbę podzielną przez 9, aby wiedzieć, że pierwiastek cyfrowy iloczynu wynosi też 9 i móc odgadnąć jedną z cyfr, jeśli znamy wszystkie pozostałe. Z powodów teraz już oczywistych 0 od 9 istotnie nie daje się odróżnić.

Na zakończenie – o przypadkach mniej skutecznej „telepatii". Takie pokazy odgadywania pomyślanej przez kogoś liczby oparte są często na obserwacji, iż z jakichś niejasnych powodów ludzie preferują pewne liczby wybierając je statystycznie częściej niż inne (*Mathematics, Magic and Mystery* – książka napisana przez Martina Gardnera). Spytani o liczbę między 1 a 10 mamy tendencję do wyboru 7, także chętniej niż pozostałe wybieramy liczbę 3 z przedziału od 1 do 5. Jeśli spytać o liczbę dwucyfrową między 1 a 50, taką, aby obie jej cyfry były nieparzyste i różne, np. nie może być 11, to podobno najczęściej wymieniana jest liczba 37, a następna w kolejności prawdopodobieństw jest 35. Przy czym ze względów psychologicznych dla osiągnięcia takiego wyniku nie bez znaczenia pozostaje tu wzmianka o liczbie 11. Podobnie z przedziału od 50 do 100 najbardziej prawdopodobną liczbą o obu cyfrach parzystych i różnych okazuje się być 68. A może sprawdzicie, jak stosują się do tych statystycznych zachowań Wasi znajomi i koledzy? Spróbujcie zdobyć odpowiednią „statystykę" (tj. liczbę przypadków), aby móc odpowiedzieć na pytanie, jakie są prawdopodobieństwa wymienienia poszczególnych liczb w podanych przez nas przykładach. Prawdopodobieństwo dla danej liczby k wyznaczcie jako stosunek liczby dobrych odpowiedzi N_k do wszystkich odpowiedzi N. Zbadajcie więc, dla przykładu, jak różnią się od $\frac{1}{8}$ wyznaczone przez Was stosunki N_k/N dla poszczególnych liczb z przedziału od 1 do 50, o ile obie cyfry są nieparzyste i różne (jest 8 takich liczb). Wyniki przedstawcie na histogramach. A może podzielicie się z nami wynikami Waszych badań?

Rozwiązanie zadania F 276. Interferometr Fabry'ego-Pérota składa się z dwóch płytek szklanych, jednostronnie posrebrzonych (od strony wewnętrznej), tak, że przepuszczają część światła, ale mają dużą zdolność odbijającą. Promienie, które przez płytkę P_1 przedostają się do wnętrza, ulegają wielokrotnemu odbiciu od posrebrzonych ścianek i z płytki P_2 wychodzi szereg wiązek równoległych promieni, które interferują.



Zdolność rozdzielcza interferometru jest określona przez

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN, \quad \text{gdzie} \quad m = \frac{2L}{\lambda}.$$

Stąd

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{2LN}{\lambda},$$

co daje

$$L = \frac{\lambda^2}{2N\Delta\lambda}.$$

Przechodząc od długości fali λ do częstości kołowej $\omega = 2\pi c/\lambda$ możemy otrzymać wzór na przyrost ω

$$\Delta\omega = -\frac{2\pi c}{\lambda^2}\Delta\lambda.$$

Łącząc ostatnie dwa wzory otrzymamy $L = \frac{\pi c}{N\Delta\omega}$. Rozszczepienie zeemanowskie wynosi

$$\Delta\omega = \frac{eB}{2m_e} = \frac{\mu_B B}{\hbar}.$$

W wyniku otrzymujemy

$$L = \frac{2\pi m_e c}{NeB} \cong 5 \cdot 10^{-2}\ \text{cm}.$$