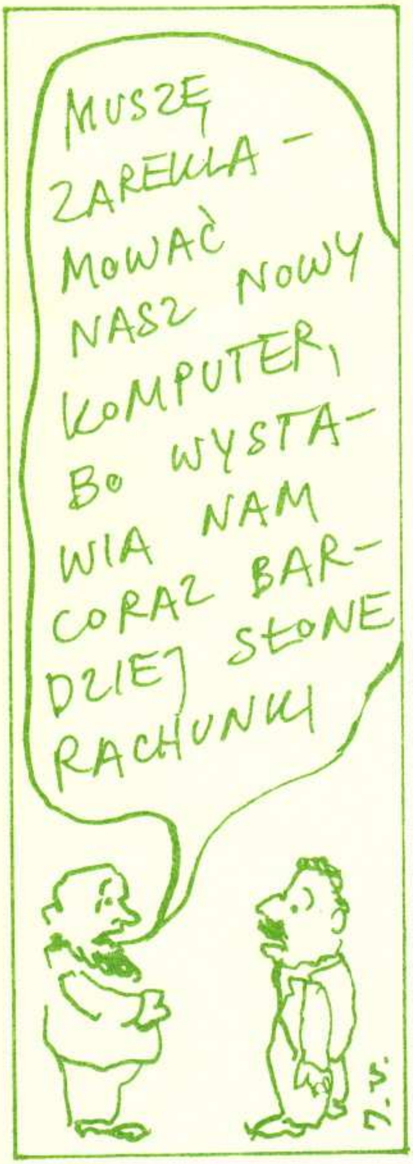
Rachunki komputerowe



Rozwiązanie zadania F 277.
Rozszczepienie Zeemana powinno być większe od dopplerowskiego poszerzenia lini widmowych na skutek ruchu cieplnego atomów (w naszym przypadku wodoru) i ruchu obrotowego gwiazdy. Możemy to zapisać w postaci warunku:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \frac{2\mu_B B}{h} \geq$$
$$\geq \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{ciepl} + \left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right)_{obr} =$$
$$= \frac{v_{ciepl}}{c} + \frac{v_{obr}}{c} \cong \frac{v_{ciepl}}{c}.$$

Przyjmujemy, że ruch obrotowy daje mały wkład. Otrzymujemy stąd

$$B \geq \frac{h\omega}{2\mu_B c}\sqrt{\frac{2kT}{m}} \cong 0,18\ \mathrm{T},$$

gdzie m jest masą atomu wodoru, k – stałą Boltzmanna.

Dodajemy

Przy obliczaniu sumy dużej liczby składników ważna może okazać się kolejność wykonywania działań. Na przykład gdy chcemy dodać odwrotności kolejnych liczb naturalnych, należy zacząć od składników najmniejszych. Uzyskana dokładność będzie lepsza. A jak jest w przypadku, gdy dodawane składniki są różnych znaków? Tu mogą się dziać rzeczy bardzo dziwne. Obliczmy wartości funkcji e^x sumujac wyrazy szeregu

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

tak długo, jak dodawanie kolejnych wyrazów zmienia sumę.

Otrzymujemy:

x	wartość prawdziwa	wartość obliczona	liczba wyrazów
1	$2,7182818285 \cdot 10^{0}$	$2,7182818284 \cdot 10^{0}$	16
5	$1,4841315910 \cdot 10^{2}$	$1,4841315910 \cdot 10^{2}$	29
10	$2,2026465795 \cdot 10^{4}$	$2,2026465794 \cdot 10^{4}$	41
20	$4,8516519540 \cdot 10^{8}$	$4,8516519539 \cdot 10^{8}$	60
30	$1,0686474581 \cdot 10^{13}$	$1,0686474581 \cdot 10^{13}$	77
40	$2,3538526683 \cdot 10^{17}$	$2,3538526682 \cdot 10^{17}$	93
50	$5,1847055282 \cdot 10^{21}$	$5,1847055281 \cdot 10^{21}$	108

Jak widać, zgodność jest doskonała. Ale spróbujmy podstawiać x ujemne:

x	wartość prawdziwa	wartość obliczona	liczba wyrazów
−1	$3,6787944117 \cdot 10^{-1}$	$3,6787944117 \cdot 10^{-1}$	17
−5	$6,7379469991 \cdot 10^{-3}$	$6,7379469956 \cdot 10^{-3}$	35
−10	$4,5399929763 \cdot 10^{-5}$	$4,5400873455 \cdot 10^{-5}$	54
−20	$2,0611536225 \cdot 10^{-9}$	$-1,1102886555 \cdot 10^{-5}$	85
−30	$9,3576229689 \cdot 10^{-14}$	$-3,5816950084 \cdot 10^{-1}$	105
−40	$4,2483542555 \cdot 10^{-18}$	$-6,6038896798 \cdot 10^{3}$	125
−50	$1,9287498481 \cdot 10^{-22}$	$3,5499353132 \cdot 10^{8}$	142

Tu dla x o wartościach bezwzględnych nieco większych wyniki przestają być jakimikolwiek przybliżeniami wartości prawdziwych. Może pomoże zwiększenie dokładności?

x	wartość prawdziwa	wartość obliczona	liczba wyrazów
−1	$3,67879441171442 \cdot 10^{-1}$	$3,67879441171442 \cdot 10^{-1}$	23
−5	$6,73794699908547 \cdot 10^{-3}$	$6,73794699908547 \cdot 10^{-3}$	43
−10	$4,53999297624849 \cdot 10^{-5}$	$4,53999297623172 \cdot 10^{-5}$	64
−20	$2,06115362243856 \cdot 10^{-9}$	$2,06131645566816 \cdot 10^{-9}$	102
−30	$9,35762296884017 \cdot 10^{-14}$	$1,93898163510921 \cdot 10^{-8}$	130
−40	$4,24835425529159 \cdot 10^{-18}$	$-9,20981738881628 \cdot 10^{-4}$	152
−50	$1,92874984796392 \cdot 10^{-22}$	$9,71814344655281 \cdot 10^{0}$	172
−100	$3,72007597602084 \cdot 10^{-44}$	$-4,93314732398325 \cdot 10^{22}$	262
−200	$1,38389652673674 \cdot 10^{-87}$	$1,54586500493996 \cdot 10^{66}$	417
−300	$5,14820022241201 \cdot 10^{-131}$	$-8,46193521756401 \cdot 10^{107}$	566

Jak widać, problemy zaczynają się później.
Jak więc obliczać e^x dla x ujemnych? Po prostu należy skorzystać ze wzoru

$$e^{-x} = \frac{1}{e^x}$$

i sumować szereg tylko dla x dodatnich.

J. R.