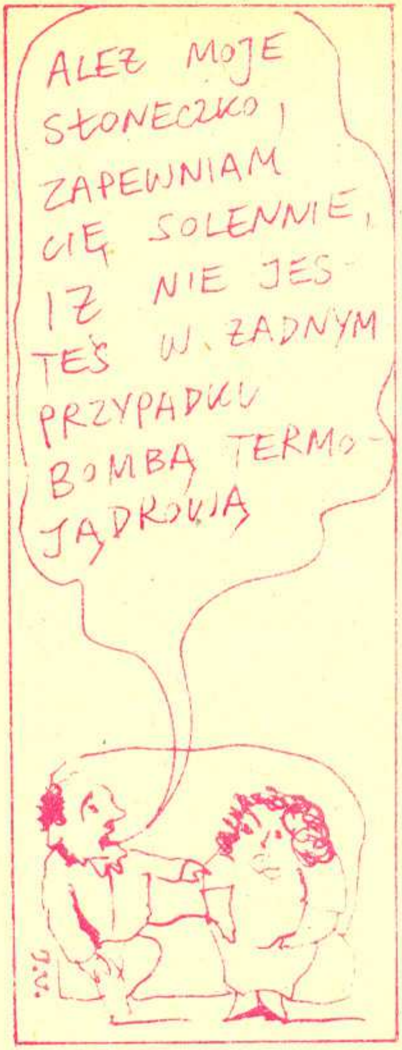


O ogrzewaniu przez chłodzenie, czyli dlaczego Słońce nie jest bombą termojądrową

Dr Aleksander SCHWARZENBERG-CZERNY

Nasze Słońce jest reaktorem termojądrowym, który działa nieprzerwanie bez większych zmian już ponad 4 miliardy lat, jak to twierdzą geologowie badający warunki powstawania najstarszych skał i organizmów żywych na powierzchni Ziemi. Już na podstawie tego faktu sądzić można, że **Słońce znajduje się w równowadze.** Zastanowimy się wspólnie, na czym dokładniej polega i jakiego rodzaju jest ta równowaga.

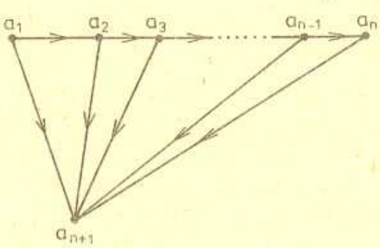
A więc, równowaga – po pierwsze – oznacza, że ciężar zewnętrznych warstw gwiazdy, przejawiający się jako ciśnienie hydrostatyczne, jest dokładnie zrównoważony przez ciśnienie gazu, czyli że panuje równowaga hydrostatyczna. Gdyby ciśnienie gazu było prawie zerowe, to gwiazda zapadłaby się pod własnym ciężarem z prędkością spadku swobodnego (lub prędkością ucieczki, co na jedno wychodzi). Czas skurczenia się do bardzo małych rozmiarów byłby rzędu $t_d \sim R/v_u$, gdzie R oznacza promień gwiazdy, a prędkość ucieczki $v_u \sim \sqrt{GM/R}$ (G oznacza stałą grawitacji, M masę gwiazdy). Ostatecznie czas ten, zwany dynamiczną skalą czasu, jest rzędu $t_d \sim \sqrt{R^3/GM}$ i po podstawieniu wartości liczbowych stosownych dla Słońca stwierdzamy, że jest to kilka godzin. Oczywiście, jeśli ciśnienie gazu częściowo równoważy ciśnienie hydrostatyczne, czas dochodzenia do równowagi będzie nieco dłuższy.

Po drugie – straty energii wypromieniowywanej z powierzchni Słońca są równoważone przez energię uwolnioną w jego wnętrzu w reakcjach jądrowych, panuje zatem równowaga energetyczna (cieplna). Gdyby tak nie było, Słońce musiałoby świecić kosztem swojej grawitacyjnej energii potencjalnej oraz cieplnej, których łączny zapas (jak to wykażemy później) wynosi około GM^2/R. Świecąc z mocą L Słońce wyczerpałoby te zapasy po czasie $t_t \sim GM^2/RL$ zwanym cieplną skalą czasu, która – jak łatwo sprawdzić – wynosi miliony lat.

Właśnie to, że znane źródła energii były niewystarczające do zasilania Słońca w czasie jego długiego życia, nasunęło fizykom i astronomom myśl o niekonwencjonalnym źródle energii – reakcjach termojądrowych. Polegają one ogólnie na łączeniu lekkich jąder, np. wodoru, w który gwiazdy obfitują, w nowe jądro o większej masie. Energia cząstek związanych w jądrze siłami jądrowymi jest dużo niższa niż tych samych cząstek swobodnych przed reakcją i ta właśnie różnica energii wydziela się w reakcji. Kłopot polega na tym, że siły jądrowe działają praktycznie dopiero po zetknięciu się cząstek, a w trakcie ich zbliżania energia potencjalna początkowo rośnie (do wartości prawie 1 MeV) wskutek elektrostatycznego odpychania ich ładunków dodatnich. Jest to tzw. bariera potencjału elektrostatycznego, której pokonanie wymaga wstępnego zainwestowania w reakcję znacznej ilości energii, np. z termicznych ruchów cząstek. To właśnie stanowi zasadniczą przyczynę dotychczasowych niepowodzeń z reaktorami termojądrowymi. Pomocą przy pokonywaniu bariery potencjału jest efekt kwantowy zwany tunelowaniem. W jego wyniku barierę potencjału może niekiedy „przebić" cząstka o energii znacznie niższej i dlatego już w temperaturze rzędu 10 mln K reakcje mogą się toczyć w tempie zapewniającym gwieździe normalną produkcję energii.

Z warunku równowagi hydrostatycznej w centrum Słońca można oszacować panującą tam temperaturę. U podstawy słupa gazu o wysokości R, gęstości ρ i znajdującego się w polu grawitacyjnym o przyspieszeniu g panuje ciśnienie $P_h \sim R\rho g$. Przyjmijmy, że przyspieszenie w Słońcu jest tego rzędu co na powierzchni, $g \sim GM/R^2$, a gęstość materii taka jak średnia gęstość gwiazdy, czyli $\rho \sim M/R^3$. Centralne ciśnienie hydrostatyczne musi być wobec tego rzędu $P_h \sim GM^2/R^4 \sim GM^{2/3}\rho^{4/3}$ i takie też musi być ciśnienie gazu określone przez równanie stanu gazu doskonałego: $P_g = (k/\mu H)\rho T$, gdzie k oznacza stałą Boltzmanna, μ średnią masę cząsteczkową gazu, H masę jednostki masy atomowej.

Rozwiązanie zadania M 546.
Udowodnimy twierdzenie indukcyjnie. Przypadek $n = 2$ jest oczywisty: rozpatrzmy teraz układ $n+1$ punktów i załóżmy, że każdy układ n punktów spełnia warunki zadania. Wybierzmy dowolny taki układ, ponumerujmy punkty zgodnie z porządkiem obchodzenia.



Jeśli strzałka idzie od a_{n+1} do a_1, to wszystkie punkty da się obejść w porządku $a_{n+1}, a_1, \ldots, a_n$. Przypuśćmy więc, że strzałka idzie od a_1 do a_{n+1}. Jeśli strzałka idzie od a_{n+1} do a_2, to punkty da się obejść w porządku $a_1, a_{n+1}, a_2, \ldots, a_n$; znów przypuśćmy, że strzałka idzie od a_2 do a_{n+1}; kontynuując tę procedurę dojdziemy do ostatniej strzałki, łączącej a_n i a_{n+1}. Zależnie od jej kierunku punkty da się obejść w porządku $a_1, \ldots, a_n, a_{n+1}$ lub $a_1, \ldots, a_{n-1}, a_{n+1}, a_n$. To kończy dowód.

Rozwiązanie zadania F 271. Zderzenia cząstek atmosfery z powierzchnią satelity będziemy uważać za niesprężyste. A więc przyjmiemy, że po zderzeniu z powierzchnią cząstki uzyskają prędkość równą prędkości satelity ($v = 8\,\mathrm{km/s}$). W ciągu $\Delta t = 1\,\mathrm{s}$ zderzające się z satelitą cząstki otrzymują pęd równy $\Delta p = S\rho_a v^2$. Stąd siła tarcia działająca na satelitę wyniesie

$$F_T = S\rho_a v^2 \approx 5 \cdot 10^{-4}\mathrm{N}.$$

Całkowita energia satelity na orbicie kołowej o promieniu R wynosi

$$E = -\frac{mv^2}{2} = -\frac{\mathrm{G}M_Z m}{2R},$$

M_Z – masa Ziemi. Stąd przy zmianie energi o ΔE promień zmieni się o

$$\Delta R = \frac{2R^2 \Delta E}{\mathrm{G}M_Z m},$$

a prędkość o

$$\Delta v = -\frac{\Delta E}{mv}.$$

W ciągu jednego obrotu energia satelity zmieni się o wielkość $\Delta E = -2\pi R F_T$. Przy tym promień orbity zmniejszy się o

$$\Delta R = -\frac{4\pi R^3}{\mathrm{G}M_Z m}F_T \approx -\frac{3F_T}{\mathrm{G}m\rho_Z} \approx 0,4\mathrm{km}$$

($\rho_Z \approx 5000\,\mathrm{kg/m^3}$ – średnia gęstość Ziemi). Zmiana prędkości wyniesie

$$\Delta v = \frac{2\pi R}{mv}F_T \approx 0,5\mathrm{m/s}.$$

Z przyrównania obu ciśnień dostajemy $T \sim \mathrm{G}M\mu H/\mathrm{k}R$. Podstawiając wartości liczbowe dla Słońca otrzymujemy $T \sim 10^7$ K. Jest to, jak wspomnieliśmy, temperatura wystarczająca do zachodzenia reakcji termojądrowych.

Jakiego rodzaju jest równowaga hydrostatyczna Słońca: trwała, chwiejna czy obojętna? Pamiętamy, że wszelkie zaburzenia równowagi hydrostatycznej prowadzą do szybkich zmian zachodzących w dynamicznej skali czasu. Jest ona dziesiątki milionów razy krótsza niż czas transportu energii w gwieździe, czyli skala termiczna. Można więc przyjąć, że w dynamicznej skali czasu gaz w gwieździe nie wymienia ciepła w ogóle, czyli jedynie podlega przemianie adiabatycznej. Ciśnienie gazu spełnia wówczas równanie adiabaty: $P_g \sim \rho^\gamma$, gdzie γ jest tzw. wykładnikiem adiabaty i zależy m.in. od liczby stopni swobody cząsteczek gazu. W najprostszym przypadku dla gazu „jednoatomowego", czyli składającego się z kulistych cząstek (a więc o trzech stopniach swobody), wykładnik ten wynosi 5/3. Załóżmy teraz, że gwiazdę znajdującą się początkowo w równowadze poddajemy zaburzeniu, np. kurcząc ją nieco. Równowaga będzie trwała, jeżeli przy tym ciśnienie gazu wzrośnie bardziej niż hydrostatyczne, wtedy bowiem gwiazda będzie miała „ochotę" powrócić do stanu początkowego. Z porównania wykładników przy ρ wynika, że zachodzi to, gdy $\gamma > 4/3$. A zatem gwiazda zbudowana z gazu w zwykłych warunkach jest w trwałej równowadze dynamicznej.

Pozostaje do wyjaśnienia, w jakiego rodzaju równowadze cieplnej znajduje się Słońce. Tempo reakcji termojądrowych silnie zależy od temperatury i np. gdy temperatura lokalnie wzrośnie, reakcje zaczynają biec szybciej, temperatura zatem dalej rośnie itd. i pojawia się możliwość wybuchu. Aby to wyjaśnić, zastanówmy się, jaka jest całkowita energia Słońca, tzn. potencjalna grawitacyjna plus cieplna. Średnia odległość wzajemnie przyciągających się fragmentów Słońca jest rzędu R, ich łączna masa – oczywiście – M, więc grawitacyjna energia potencjalna (ujemna!) powinna być rzędu $E_g \sim -\mathrm{G}M^2/R$. Z kolei w temperaturze T średnia energia kinetyczna jednej cząstki jest rzędu $\mathrm{k}T$, a liczba cząstek w gwieździe $M/\mu H$, cała więc energia termiczna gwiazdy jest rzędu

$$(*) \qquad E_T \sim \mathrm{k}TM/\mu H \sim P_g/\rho \sim \mathrm{G}M^2/R,$$

czyli jest równa minus energii grawitacyjnej. Ale cały nasz rachunek jest niesłychanie przybliżony i dlatego wcale z niego nie wynika, że sumaryczna energia ma być równa zeru. Czytelniku, uwierz mi, że dokładniejsze obliczenia doprowadziłyby nas do wniosku, że energia termiczna jest równa minus połowie energii grawitacyjnej, zatem łączna energia gwiazdy byłaby rzędu

$$(**) \qquad E \sim -\mathrm{G}M^2/2R,$$

przy czym współczynik liczbowy jest tu mało istotny, najważniejszy zaś jest znak.

Ze wzorów na E_T i E płyną bardzo ważne wnioski. Jeżeli ogrzejemy Słońce, czyli dodamy mu energii, to na mocy ostatniej formuły (**) jego promień musi wzrosnąć. Ale wtedy z (*) wynika, że jego energia cieplna i temperatura... zmaleją! To tak, jakby ciepło właściwe Słońca było ujemne! Brzmi to wprawdzie paradoksalnie, ale pamiętajmy, że gwiazda jest obiektem dość skomplikowanym i prawa rządzące jej budową i życiem nie muszą być oczywiste. W szczególności – jak się okazuje – gwiazda może gromadzić energię w różnych postaciach, np. jako potencjalną energię grawitacyjną i dlatego jej temperatura nie musi być związana z jej energią całkowitą tak prostą zależnością, jak w przypadku zwykłego gazu.

Teraz już łatwo zrozumieć, dlaczego nasze Słońce działa jak reaktor termojądrowy, a nie jak bomba termojądrowa, za co mu zresztą dzięki. Jeśli przypadkowo w jego wnętrzu zajdzie nieco więcej reakcji, wydzieli się też więcej energii. Straty energii z powierzchni nie ulegną zmianie jeszcze przez długi czas, bowiem transport energii jest powolny, odbywa się w termicznej skali czasu. Wobec tego całkowita energia Słońca chwilowo wzrośnie, a zatem temperatura zmaleje, jako że ciepło właściwe Słońca jest ujemne. W niższej temperaturze bieg reakcji ulegnie przyhamowaniu i wszystko wróci do równowagi.

Dociekliwi Czytelnicy zapytają pewnie, dlaczego w takim razie wybuchają gwiazdy supernowe. Dzieje się tak dlatego, że – krótko mówiąc – gaz we wnętrzu gwiazdy szykującej się do wybuchu nie jest gazem doskonałym. Wszak m.in. równanie stanu gazu grało istotną rolę w naszym dowodzie trwałości równowagi Słońca i gwiazd jemu podobnych. Lecz to dłuższa opowieść na inną okazję.