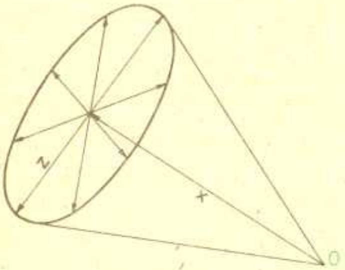
Rozwiązanie zadania M 539.
Na ogół taki obrót nie istnieje. Oto przykład: weźmy wektory $x+z_1$, $x+z_2, \dots, x+z_8$, gdzie $|x|=1$, $|z_i|=1$, ponadto końce wektorów z_i są rozmieszczone na okręgu oraz $x \perp z_i$.



Kąty między $x+z_i$ i $x+z_j$ nie przekraczają $90°$ – wystarczy zauważyć, że iloczyn skalarny $\langle x+z_i, x+z_j\rangle =$ $= |x|^2 + \langle z_i, z_j\rangle \geq 0$.
Przypuśćmy teraz, że wszystkie punkty $x+z_i$ leżą w dodatnim oktancie. Rozpatrzmy dwa wektory z naszego zbioru: $x+z$ i $x-z$ (opuszczamy dla wygody wskaźniki przy z); niech $x=(x_1,x_2,x_3)$, $z=(z_1,z_2,z_3)$. Ma być $x_1+z_1 \geq 0$, $x_1-z_1 \geq 0$, skąd $|z_1| \leq x_1$. Podobnie $|z_2| \leq x_2$, $|z_3| \leq x_3$.
Ale jednocześnie $z_1^2+z_2^2+z_3^2 =$ $= x_1^2+x_2^2+x_3^2$, czyli musi być $|z_i| = x_i$, $i=1,2,3$, i to dla każdego $z \in \{z_1,\dots,z_8\}$. Rozpatrzmy teraz dwa prostopadłe wektory $u, v \in \{z_1,\dots,z_8\}$. W takim razie dla każdego układu znaków $\frac{\pm u \pm v}{\sqrt{2}} \in \{z_1,\dots,z_8\}$.
Mielibyśmy zatem, wybierając i takie, że $x_i \neq 0$, $\frac{1}{\sqrt{2}}|\pm u_i \pm v_i| = x_i$ dla każdego układu znaków, a skądinąd $|u_i| = |v_i| = x_i$ – sprzeczność.
Uwaga. Zadanie pochodzi od dr. Adama Jakubowskiego (UMK). Autor rozwiązania (UW) pragnie zachować incognito.

Patrz w niebo

Wielki Obłok Magellana zasłużył się ostatnio astronomii nie tylko tym, że pojawiła się w nim supernowa. Tak się złożyło, że przyczynił się on – chyba już definitywnie – do pogrzebania pojęcia supermasywnych gwiazd. Otóż w centrum obłoku zjonizowanego wodoru znanego pod nazwą 30 *Doradus* lub NGC 2070 lub po prostu Tarantula znajduje się gwiazdopodobny obiekt (o symbolicznej nazwie R136a) o średnicy nie przekraczającej 10 lat świetlnych, a emitujący tyle energii co przynajmniej 50 mln Słońc. Byłby więc to obiekt mocno osobliwy wymagający wytłumaczenia, w jaki sposób tak wielka moc może być produkowana w tak małej objętości. Możliwości były dwie: albo supermasywna gwiazda o masie rzędu 1000 Słońc, albo supergęsta gromada skądinąd normalnych gwiazd. Rozstrzygnięcie mogłyby przynieść obserwacje wykonane z rozdzielczością lepszą niż 1".

I takie obserwacje zostały wykonane. W 1985 r. grupa badaczy pod kierunkiem Anthony'ego Moffata z Uniwersytetu w Montrealu stwierdziła, że R136a jest bardzo zwartą grupą co najmniej ośmiu bardzo gorących gwiazd o jasności absolutnej nie większej niż -8 mag. Zostało to zresztą potwierdzone przez inny zespół badaczy z RFN.

Moffat i jego współpracownicy uzyskali podobny rezultat odnośnie innej mgławicy NGC 3603 w Kilu, której gwiazdopodobny centralny obiekt ma katalogową nazwę HD 97950. Okazał się on również gromadą gwiazd, nawet jeszcze bardziej zwartą niż w Tarantuli.

Ale to jeszcze nie koniec „zasług" Wielkiego Obłoku Magellana. Mianowicie w 1988 roku M. Heydari-Malayeri z ESO doniósł, że znajdujący się w tym Obłoku obiekt Sanduleak -66°41, uważany dotychczas za jedną z najmasywniejszych i najjaśniejszych gwiazd, jest w istocie znowu minigromadą co najmniej pięciu ciasno upakowanych gorących gwiazd.

Analogiczny wynik uzyskano dla innej superjasnej gwiazdy – η *Carinae*. Okazała się minigromadą czterech gwiazd, między którymi odległości nie przekraczają 0",03. A obiektów tego rodzaju jest więcej. W rezultacie są podstawy przypuszczać, że górna granica masy gwiazd jest rzędu 200 Słońc, a może mniej, ale w każdym razie nie tysiące! Fakt ten może mieć poważne konsekwencje nawet kosmologiczne. Chodzi o to, że skoro tak zwane dotychczas najjaśniejsze gwiazdy widziane w licznych galaktykach i traktowane jako wskaźniki odległości są w rzeczywistości gromadami, to znaczy, że wyznaczone w ten sposób odległości tych galaktyk były zbyt małe. Wszechświat może więc jest większy, niż nam się dotychczas zdawało.

dr Tomasz KWAST

Jednym cięciem podzielić kwadrat na dwa przystające trójkąty

Doc. dr Lesław W. SZCZERBA

Przedszkolak rozwiąże natychmiast tytułowe zadanie: złapie nożyczki, przetnie wzdłuż przekątnej i gotowe. Jedyna trudność, jaka tu może się pojawić, to taka, że wnikliwe (co jest eleganckim odpowiednikiem precyzyjniejszego, lecz grubiańskiego „wścibskie") dziecko nie zrozumie słowa „przystaje". Nasz Wścib..., przepraszam, Wnikliwy Przedszkolak może być tym słowem w zadaniu zaskoczony: przyzwyczaił się, że negocjatorzy przystają (lub nie przystają) na propozycje strony przeciwnej, ale (jak pragnę nie leżakować po obiadku) na jakie propozycje mają przystawać trójkąty z zadania? Ponieważ odpowiedź „Nie garb się" jest, co prawda, poprawna, ale nie na temat, należy wytłumaczyć Wnikliwemu, że w tym przypadku idzie nie o „przystawanie na" lecz o „przystawanie do". Jeden trójkąt przystaje do drugiego, jeśli można przystawić jeden do drugiego tak, by się pokryły. Niektórzy przy sprawdzaniu pokrywania mrużą jedno oko. Nie jest to jednak konieczne i można się obejść bez mrużenia. Nasz Wnikliwy złapie trójkąty, przystawi, zmruży jedno oko i ... rzeczywiście, przystają!