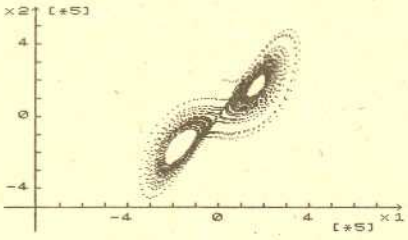
```
10   REM ******************
20   REM * MAPOWANIE 3/2-D *
30   REM ******************
40   REM Ryszard Kutner,
                   czerwiec'88
50   LET a$="Projekcja "
60   LET b$="ATRAKTORA "
70   LET c$="LORENZA"
80   PRINT a$;b$;c$
90   PRINT
100  LET dt=0.01: REM Elemen-
                 tarny krok czasowy
110  REM
120  REM DEFINICJA ATRAKTORA
130  REM Parametry atraktora - e
                              ,f,mi
140  LET e=10
150  LET f=8/3
160  LET mi=28
170  DEF FN A(x,y,z)=e*(y-x)
180  DEF FN B(x,y,z)=x*(mi-z)-y
190  DEF FN C(x,y,z)=x*y-f*z
200  REM
210  REM q1,q2,q3 - Współrzędne
                          aktualne
220  REM x1,x2,x3 - Współrzędne
                        późniejsze
230  REM y1,y2,y3 - Współrzędne
                        pośrednie
240  INPUT "Współrzędna q1=";q1
250  PRINT "Współrzędna q1=";q1
260  INPUT "Współrzędna q2=";q2
270  PRINT "Współrzędna q2=";q2
280  INPUT "Współrzędna q3=";q3
290  PRINT "Współrzędna q3=";q3
300  PRINT AT 21,0;"(Uciśnij ";
                 "dowolny klawisz)"
310  PAUSE 0: CLS
320  LET nk=2500: REM Całkowita
                  liczba kroków
330  LET sx1=132: REM Przesuwa
          początek osi poziomej
340  LET sx2=90: REM Przesuwa
          początek osi pionowej
350  LET s=5: REM Czynnik
                     skalujący
360  LET sx=14/s: REM Czynnik
                  skalujący osie
370  REM Mapa
380  PRINT "x2↑[*";s;"]"
390  PRINT : PRINT " 4":
     PRINT
400  PRINT : PRINT : PRINT :
     PRINT : PRINT
410  PRINT " 0": PRINT : PRINT :
     PRINT : PRINT
420  PRINT : PRINT : PRINT "-4"
430  PRINT : PRINT TAB 30;"→"
440  PRINT TAB 8;"-4";TAB 15;
                          "0";
450  PRINT TAB 22;" 4";TAB 29;
                          "x1"
460  PRINT TAB 25;"[*";s;"]"
470  PLOT 0,19: DRAW 244,0
480  PLOT 19,0: DRAW 0,170
490  REM
500  FOR j=4 TO 32 STEP 2
510    PLOT 7*j+6,19: DRAW 0,3
520  NEXT j
530  REM
540  FOR j=4 TO 22 STEP 2
550    PLOT 19,7*j+6: DRAW 3,0
560  NEXT j
570  REM
580  REM Mapowanie
590  FOR n=1 TO nk
600    LET y1=q1+dt*FN A(q1,q2,
                          q3)/2
610    LET y2=q2+dt*FN B(q1,q2,
                          q3)/2
620    LET y3=q3+dt*FN C(q1,q2,
                          q3)/2
630    LET x1=q1+dt*FN A(y1,y2,
                          y3)
640    LET x2=q2+dt*FN B(y1,y2,
                          y3)
650    LET x3=q3+dt*FN C(y1,y2,
                          y3)
660    PLOT sx1+sx*x1,sx2+sx*x2
670    LET q1=x1: LET q2=x2:
       LET q3=x3
680  NEXT n
690  STOP
```



Rys. 3

Symulacja komputerowa za pomocą programu MAPOWANIE 3/2–D pozwala na bieżąco zaobserwować, jak dziwnie poplątana jest trajektoria fazowa atraktora Lorenza. Na rysunku 3 przedstawiony jest jedynie jego rzut z przestrzeni trójwymiarowej (x_1, x_2, x_3) na płaszczyznę $(x_1, x_2, x_3 = 0)$. A może spróbujecie sami rozszerzyć nasz program komputerowy tak, aby rysował atraktor Lorenza w trójwymiarowym układzie współrzędnych?

Wypada stwierdzić, że znaczne grupy naukowców przyrodoznawców (fizycy, chemicy, biolodzy itd.) pokładają wciąż wielkie nadzieje w dziwnych atraktorach. Badając dane zjawisko w dłuższym przedziale czasu faktycznie widzimy je w pobliżu jakiegoś atraktora. Początkowo znane atraktory regularne nie rokowały większych szans wyjaśnienia procesów dyssypatywnych, które zawierały elementy chaotyczne, np. zjawiska atmosferyczne, przepływy turbulentne, niektóre reakcje chemiczne itd. Dopiero pojawienie się dziwnych atraktorów zmieniło radykalnie sytuację. W następnych odcinkach z tego cyklu będziemy mówić, w kontekście dziwnych atraktorów, o bifurkacjach, a następnie o niestabilnych trajektoriach oraz fraktalach dołączając krótkie programy komputerowe symulujące charakterystyczne efekty.

Atraktorom widzianym oczami matematyka, Pawła Góry, *Delta* poświęciła 16 numer z cyklu zeszytów pn. *Przeczytaj, może zrozumiesz* pt. *Co to jest atraktor?*. A może sami już zaprogramujecie przedstawione tam przykłady atraktorów?

O chaosie i o dziwnych atraktorach można dowiedzieć się także z popularnego artykułu *Chaos*, Scientific American, grudzień 1986, tom 255, no. 6 (lub w radzieckiej wersji tego czasopisma *W Mirie Nauki* 2, 16(1987)). Można znaleźć tam propozycje prostych eksperymentów do samodzielnego wykonania, pozwalających zbudować dziwne atraktory. Szczególnie ciekawe, a zarazem niezwykle proste do przeprowadzenia jest np. doświadczenie z cieknącym kranem.

Więcej przykładów prostych atraktorów (z programami komputerowymi) można znaleźć w *Fizyce w Szkole* nr 5 i 6/1988.

Godna polecenia jest również praca przeglądowa Roberta Hellemana *Self-generated chaotic behavior in nonlinear mechanics*, tom V (wyd. E.G.D. Cohen 1980) omawiająca dziwne atraktory.

KĄCIK PRAC uczniowskich

Ile Smurfów mieści się w wiosce?

Co za pytanie? Przecież każdy wie, że jest 100 Smurfów i o ile Gargamel... No tak, ale nie o to chodzi. Problem polega na określeniu liczby Smurfów w rebusie liczbowym,

```
  S M U R F
  S M U R F
  . . . . .
+ S M U R F
-----------
W I O S K A
```

przy której istnieje rozwiązanie, tzn. litery można zastąpić cyframi (różnym literom odpowiadają różne cyfry) tak, aby otrzymać prawidłowo wykonane dodawanie. Wygląda to na zwykłą zabawę, ale odpowiedź na to, bądź co bądź matematyczne, pytanie może wymagać użycia całkiem poważnych metod. Warto ułożyć i zbadać także inne tego typu zagadki, np. z ilu owiec może składać się stado:

```
  O W C A
  O W C A
  . . . .
+ O W C A
---------
S T A D O
```

albo czy DWA × DWA może być równe CZTERY.

J. W.