Ponieważ $\Phi = BS$, ze wzorów (1) i (4) otrzymujemy

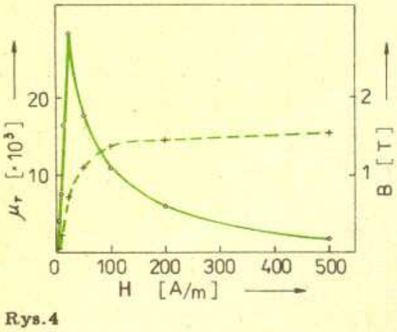
$$Q = \frac{n_1 n_2 \mu_0 \mu_r S I}{\pi d R}.$$

Stąd wyznaczamy

$$\mu_r = \frac{\pi d R Q}{n_1 n_2 \mu_0 S I}. \tag{5}$$

Wykorzystując wzory (2), (5) i podstawiając $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{N{\cdot}A^{-2}}$ obliczamy pary wartości H, μ_r odpowiadające podanym wartościom pomiarowym I, Q:

H (A/m)	3	5	10	20	50	100	200	500
μ_r	4 200	7 600	16 400	28 400	17 600	10 800	5 800	2 500



Rys.4

Charakter zależności $\mu_r(H)$ widać najlepiej na wykresie (rys.4): początkowo μ_r silnie (w przybliżeniu liniowo) rośnie ze wzrostem H, a następnie maleje. Na wykresie przedstawiono dodatkowo zależność wartości wektora indukcji B w rdzeniu (obliczonej ze wzoru (3)) od natężenia pola H (linia przerywana) – ma ona kształt typowy dla ferromagnetyka, dążąc do nasycenia. Za przebieg zjawiska są odpowiedzialne mikroskopowe procesy przesuwania granic domen magnetycznych oraz obrotów wektora namagnesowania poszczególnych domen (w silnych polach H).

KĄCIK PRAC uczniowskich

Rozważmy następujący problem: przypuśćmy, że dysponujemy wagą szalkową bez odważników, na której możemy wykonać n ważeń. Mamy k kul ($k \geq 3$), o których wiadomo, że co najwyżej jedna spośród nich różni się wagą od pozostałych – jest lżejsza lub cięższa. Naszym zadaniem jest ustalenie: czy taka kula rzeczywiście istnieje, znalezienie jej i określenie, czy jest lżejsza czy cięższa. Pytanie brzmi następująco: jakie jest największe k, dla którego zadanie jest wykonalne ?

Oszacowanie narzuca się od razu: n ważeń może dać co najwyżej 3^n wyników, a możliwych sytuacji (każda z kul może być lżejsza, cięższa, lub wszystkie mogą mieć tę samą wagę) jest $2k+1$, stąd

$$2k + 1 \leq 3^n, \quad \text{co daje} \quad k \leq \frac{3^n - 1}{2}.$$

Okazuje się jednak, że dla $k > \frac{3^n-3}{2}$ jest to zadanie niewykonalne. Aby to pokazać, rozpatrzmy dwa przypadki:

1) W pierwszym ważeniu na szalki kładziemy po $r \leq \frac{3^{n-1}-1}{2}$ kul. Wówczas, w przypadku równowagi, w następnych $n-1$ ważeniach będziemy musieli rozstrzygnąć, która z $2(k-2r)+1$ możliwości (każda spośród nie ważonych kul może być lżejsza, cięższa bądź wszystkie równe) zachodzi. No, ale $n-1$ ważeń daje tylko 3^{n-1} rozstrzygnięć, a $2(k-2r)+1 > 2\left(\frac{3^n-3}{2} - 2\left(\frac{3^{n-1}-1}{2}\right)\right) + 1 \geq 3^{n-1}$.

2) W pierwszym ważeniu na szalki położymy po $r \geq \frac{3^{n-1}+1}{2}$ kul. Wówczas w przypadku nierównowagi następne $n-1$ ważeń musiałoby rozstrzygnąć, która z $2r$ możliwości (każda kula z jednej szalki może być cięższa, a z drugiej lżejsza) zachodzi. Ale $2r \geq 2\frac{3^{n-1}+1}{2} > 3^{n-1}$ – źle !

Z drugiej strony dla $k = \frac{3^n-3}{2}$ zadanie jest wykonalne: ponumerujmy kule liczbami od 1 do $\frac{3^n-3}{2}$. W k-tym ważeniu, w zależności od tego, czy numer kulki ma w zapisie trójkowym na k-tej pozycji 0 czy 2, kładziemy ją na lewej bądź prawej szalce (jeżeli 1, to nie kładziemy na żadnej).

Niech teraz $r = \sum_{i=0}^{n-1} 3^i w_{i+1}$, gdzie:

$$w_i = \begin{cases} 0, & \text{jeżeli w } i\text{-tym ważeniu lewa szalka przeważyła,} \\ 2, & \text{jeżeli w } i\text{-tym ważeniu prawa szalka przeważyła,} \\ 1, & \text{jeżeli była równowaga.} \end{cases}$$

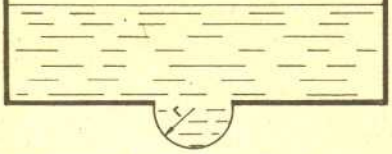
Jeżeli $r < \frac{3^n-1}{2}$, to cięższą od pozostałych jest kula o numerze r. Jeżeli $r = \frac{3^n-1}{2}$, to ciężary wszystkich kul są równe. Jeżeli $r > \frac{3^n-1}{2}$, to lżejszą od pozostałych jest kula o numerze $3^n - 1 - r$.

W związku z powyższym zadaniem (jak widać – w pełni rozwiązanym) nasuwa się problem: co będzie, gdy pozwolimy, by mogły być 2 kule „fałszywe". Jaka będzie wtedy największa liczba k, dla której zadanie jest wykonalne ? Należy wówczas sprecyzować treść: np. zdecydować się czy dopuszczamy, aby kule „fałszywe" różniły się wagą itp. A co będzie, gdy pozwolimy trzem kulom być kulami „fałszywymi" ? Zachęcam do zajęcia się tym tematem.

Powodzenia !

Michał WOJCIECHOWSKI

Rozwiązanie zadania F 252.
Ponieważ ciecz nie zwilża szkła, to w otworze zacznie się tworzyć kulisty bąbelek cieczy. Ciśnienie, jakie wywiera warstwa powierzchniowa takiego bąbelka, którego promień r przyjmujemy za (w przybliżeniu) równy promieniowi otworka (rys.), jest skierowane do wewnątrz i wynosi $p = 2\sigma/r$, gdzie σ oznacza wartość napięcia powierzchniowego cieczy.



Fakt proporcjonalności p do σ/r łatwo można wywnioskować z analizy wymiarowej. Ponieważ wymiar napięcia powierzchniowego σ jest równy $[\sigma]=\mathrm{N/m}$, to jedynym wyrażeniem mającym wymiar ciśnienia – $\mathrm{N/m^2}$, utworzonym z wielkości charakteryzujących bąbelek (tj. σ i r) jest właśnie iloraz σ/r. Ogólnie ciśnienie pod zakrzywioną powierzchnią cieczy określa tzw. prawo Laplace'a $p = p_0 + \sigma(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$, gdzie p_0 jest ciśnieniem w przypadku płaskiej powierzchni, a R_1 i R_2 określają główne promienie krzywizny; w przypadku kuli $R_1 = R_2 = r$. Dopóki siła ciśnienia wywieranego przez bąbelek będzie większa od działającego w dół parcia cieczy $\rho g h$ (ρ – gęstość cieczy, h – wysokość słupa cieczy), dopóty ciecz nie będzie się wylewać z pojemnika. Warunek ten możemy zapisać w postaci

$$\frac{2\sigma}{r} \geq \rho g h, \quad \text{skąd} \quad h \leq \frac{2\sigma}{r \rho g}.$$