

# Więcej wymiarów!

Dr Leszek M. SOKOŁOWSKI

Spośród wielu stałych fizycznych tylko trzy uważane są za fundamentalne: prędkość światła  $c$ , stała grawitacyjna Newtona  $G$  i stała Plancka  $\hbar$ . Prędkość światła jest prędkością rozchodzenia się oddziaływań fizycznych, stała grawitacji określa natężenie najbardziej uniwersalnego z oddziaływań, a stała Plancka pojawia się w opisie każdego zjawiska w mikroświecie. Natomiast elektryczny ładunek elementarny  $e$  nie jest wielkością fundamentalną. Jest powszechnie przyjęte, że stałymi fundamentalnymi mogą być tylko wielkości mianowane, a skoro można z nich zbudować wielkość o wymiarze ładunku, mianowicie  $\sqrt{\hbar c}$ , to ładunek elektronu musi być jej funkcją, czyli że w kompletnej, dotąd nie istniejącej teorii cząstek elementarnych, stosunek  $\hbar c/e^2 = 137,036$  powinien być wyliczony z zasad pierwszych, a nie wzięty z doświadczenia. Podobnie stosunki mas cząstek elementarnych – leptonów i kwarków – nie mają charakteru fundamentalnego, lecz powinny wynikać z opisu ich oddziaływań. Wyliczenie mas tych cząstek z zasad pierwszych fizyki jest celem wciąż odległym, lecz każda teoria pretendująca do miana dobrej teorii cząstek elementarnych musi dawać konkretne przewidywania wartości tych mas i mas cząstek złożonych – hadronów.

O tym, że są tylko trzy stałe fundamentalne, przekonuje prosty fakt. Każdą wymiarową wielkość fizyczną można wyrazić w jednostkach masy, długości i czasu. Wybór tych właśnie wielkości za podstawowe, jak również wybór jednostek dla nich – układ SI – jest uzasadniony tylko historycznie i z punktu widzenia fizyki jest czysto przypadkowy. Ani metr, ani kilogram nie są w przyrodzie w żaden sposób wyróżnione. Tymczasem  $\hbar$ ,  $c$  i  $G$  tworzą kompletny naturalny układ jednostek: można z nich zbudować każdą wielkość wymiarową. Na cześć Maxa Plancka jednostki te nazywamy planckowskimi. Mamy więc np:

$$\text{jednostkę długości} \quad l_P = \left(\frac{\hbar G}{c^3}\right)^{1/2} \approx 1,62 \cdot 10^{-33} \text{ cm},$$

$$\text{jednostkę czasu} \quad t_P = \frac{l_P}{c} \approx 5,39 \cdot 10^{-44} \text{ s},$$

$$\text{jednostkę masy} \quad m_P = \left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{1/2} \approx 2,18 \cdot 10^{-5} \text{ g}.$$

W porównaniu z wielkościami występującymi w fizyce mikroświata jednostki planckowskie są bądź bardzo małe, bądź bardzo wielkie. Co to oznacza?

Rozpatrzmy ruch wahadła matematycznego o masie  $m$  i długości  $l$  pod działaniem siły ciężenia o przyspieszeniu  $g$ . Z tych wielkości można zbudować tylko jedną wielkość o wymiarze czasu:  $\sqrt{l/g}$ ; należy sądzić, że określa ona skalę czasową ruchu wahadła. I rzeczywiście, równania mechaniki klasycznej dają okres drgań równy  $2\pi\sqrt{l/g}$ .

Z kolei atom wodoru jest układem elektronu i protonu związanych przyciąganiem elektrycznym. Ładunek

elektronu, jego masa  $m_e$  oraz stała Plancka tworzą kombinację o wymiarze długości

$$\frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 0,53 \cdot 10^{-8} \text{ cm}.$$

Jest to promień orbity stanu podstawowego w modelu Bohra, a więc wielkość dobrze określająca rozmiar atomu.

Powyższe przykłady ilustrują ogólną regułę: w opisie każdego zjawiska fizycznego występują pewne stałe: masy i ładunki cząstek, natężenia zewnętrznych pól fizycznych itp. Z nich i ze stałych fundamentalnych można zbudować różne wielkości wymiarowe. Wartości tych wielkości określają charakterystyczną skalę, za pomocą której opisujemy zjawisko.

Nie mamy dobrej interpretacji fundamentalnych skal danych jednostkami planckowskimi. Długość  $l_P$  jest  $10^{20}$  razy mniejsza od średnicy jądra atomowego. Czas planckowski  $t_P$  ma ważną interpretację w kosmologii – przez czas rzędu  $t_P$  od Wielkiego Wybuchu powinna obowiązywać, do dziś nie sformułowana, kwantowa teoria grawitacji, a dopiero później znane prawa fizyki. Dużo gorzej jest z masą Plancka  $m_P \approx 10^{23} m_e$  i jest niemożliwe, by masa elektronu i innych znanych cząstek elementarnych mogła być wyjaśniona za jej pomocą – jest to skala stanowczo za duża. Masa  $10^{-5}$  g to masa ziarenka piasku i nie jest to wartość czymkolwiek wyróżniona. Nie chodzi tu o to, by wskazać klasę zjawisk, w których opisie pojawia się masa Plancka, lecz by były to zjawiska najbardziej fundamentalne. W obrębie znanej fizyki zjawisk takich nie ma.

Niepowodzenie prób zinterpretowania jednostek planckowskich sugeruje, by szukać nowych zjawisk, dla których jednostki te byłyby dobrymi skalami.

Skale takie w naturalny sposób pojawiają się w modelach Wszechświata zakładających, iż fizyczna przestrzeń ma więcej niż trzy wymiary. Dla ilustracji założmy, że realizowany jest przypadek najprostszy: świat ma pięć wymiarów (cztery przestrzenne i czas), przy czym w czwartym wymiarze przestrzeni jest zamknięta – „związa się w okrąg”. Świat ma wtedy geometrię rurki: czas i trzy pierwsze wymiary przestrzenne biegną wzdłuż jej osi, a czwarty wymiar przestrzeni tworzy okrąg poprzeczny do osi. Dlaczego tego wymiaru nie widzimy? Ponieważ jest mały; rurka jest cienka i wygląda jak „drut”.

Tylko dla cząstki punktowej żaden okrąg nie byłby mały. Jednak z każdą cząstką o pędzie  $p$  stowarzyszona jest fala de Broglie'a o długości  $\lambda = h/p$ , co oznacza, że cząstka wypełnia obszar o średnicy rzędu  $\lambda$ . Jeżeli promień okręgu jest np. dużo mniejszy od rozmiarów protonu, to piąty wymiar jest niedostępny nie tylko dla ciał makroskopowych, ale i dla promieniowania rentgenowskiego. Chcąc mieć niemal punktowy foton czy

inną cząstkę, musimy nadać im ogromny pęd (i energię  $E \approx cp$ ). Foton czy też elektron „zmieści się” na okręgu w piątym wymiarze, gdy  $\lambda$  jest mniejsza od promienia tego okręgu. Przy promieniu  $10^{-20}$  cm wymaga to energii co najmniej  $10^6$  GeV, daleko poza zasięgiem współczesnych akceleratorów. Rozmiar okręgu  $10^{-20}$  cm został wybrany zupełnie arbitralnie; uważa się, że jeśli obwód Wszechświata w piątym wymiarze nie zależy od miejsca i chwili (czyli że rurka ma wszędzie jednakową średnicę), to jego wartość powinna być jedną z głównych stałych przyrody. Jednak rozsądnie jest nie wprowadzać dowolnie nowych stałych fundamentalnych, lecz opierać się na znanych jednostkach planckowskich. W takim razie promień hipotetycznego okręgu powinien być bliski długości Plancka  $l_P$ . I rzeczywiście, obliczenia wskazują, iż Wszechświat mógłby być rurką o promieniu  $80 l_P \approx 10^{-31}$  cm. Tak cienka rurka jest dla większości cząstek elementarnych „efektywnie” czterowymiarowa, jedynie ultrarelatywistyczne cząstki o energiach powyżej  $E_P/80 \approx 10^{17}$  GeV mogą poruszać się poprzecznie do osi rurki – tylko one odczuwają istnienie piątego wymiaru. Ta graniczna energia jest tak wielka, że to, co tradycyjnie nazywa się fizyką wysokich energii (oddziaływania cząstek wytwarzanych w najpotężniejszych akceleratorach oraz promieniowanie kosmiczne o najwyższych energiach), jest faktycznie fizyką energii bardzo niskich. W obrębie tej fizyki nie ma żadnych zjawisk pozwalających stwierdzić bezpośrednio istnienie piątego wymiaru. Jest to hipoteza bezpieczna, bo nieweryfikowalna.

Skoro tak, to po co ten niewykrywalny wymiar w ogóle wprowadzać? Otóż według pomysłu Theodora Kaluzy i Oskara Kleina za pomocą pięciowymiarowego świata możemy opisać grawitację i elektromagnetyzm jako jedno pole fizyczne. Idea jest prosta: rozpatrujemy pusty pięciowymiarowy świat – nie ma w nim materii, jest tylko pole grawitacyjne. Pole to opisane jest zespołem 14 funkcji. Dla obserwatora makroskopowego; nieświadomego istnienia piątego wymiaru (którego nie potrafi wykryć), ten zespół w naturalny sposób rozpada się na dwa: zespół 10 funkcji opisujących pole ciężenia w obserwowanym przezeń czterowymiarowym świecie oraz układ 4 funkcji będących potencjałami pola elektromagnetycznego. Pole grawitacyjne świata pięciowymiarowego przejawia się w czasoprzestrzeni czterowymiarowej jako jej pole grawitacyjne i pole elektromagnetyczne. Gdyby świat miał dokładnie cztery wymiary, to istniałaby tylko grawitacja i nic więcej. Piąty wymiar ujawnia się bardzo pośrednio, za to wyraziście – istnieniem światła. Idea doprawdy fascynująca.

W przestrzeni trójwymiarowej grawitacja i elektromagnetyzm są niezależnymi, nie związanymi ze sobą oddziaływaniami. Wprowadzając czwarty wymiar przestrzenny łączymy je w jedno oddziaływanie – pole ciężenia w świecie pięciowymiarowym. Jest to unifikacja geometryczna, o jakiej marzył Einstein. A co z pozostałymi oddziaływaniami elementarnymi: silnymi i słabymi? Tak jak świat czterowymiarowy jest „za ciasny” dla elektromagnetyzmu, tak z kolei pięciowymiarowy świat nie może „pomieścić” sił jądrowych i słabych. Trzeba uogólnić pomysł Kaluzy i założyć, że przestrzeń ma dużo więcej niż trzy znane wymiary.

W 1981 r. Edward Witten wykazał, że siły jądrowe i słabe „zmieszczą się” dopiero w przestrzeni dziesięciowymiarowej. Bierzymy więc pustą jedenastowymiarową czasoprzestrzeń – jest w niej tylko pole grawitacyjne opisane teorią Einsteina. Następnie za pomocą procedury zwanej redukcją wymiarową opisujemy to pole z punktu widzenia fizyka żyjącego w świecie, który efektywnie ma cztery wymiary. W wyniku redukcji wymiarowej jedenastowymiarowe pole grawitacyjne rozpada się na zwykłe pole ciężenia, pole oddziaływań elektroslabych oraz pole sił jądrowych. A zatem znane oddziaływania wywodzą się z grawitacji w jedenastu wymiarach.

W dodatkowych siedmiu wymiarach przestrzeni jest zamknięta, aby była nieobserwowalna i ma maleńkie rozmiary, niewiele różne od długości Plancka. W najprostszej wersji teorii Kaluzy – Kleina tych siedem wymiarów tworzy sferę, a dokładniej – z każdym punktem zwykłej czasoprzestrzeni należy związać 7-wymiarową sferę. Trudno to sobie wyobrazić, więc weźmy przykład dwuwymiarowy: walec otrzymamy umieszczając okrąg w każdym punkcie prostej, a torus – przypisując okrąg każdemu punktowi drugiego okręgu.

Liczba 11, skądinąd nieciekawa liczba pierwsza, symbolizuje zatem unifikację fundamentalnych oddziaływań. A gdzie są cząstki materii – kwarki i leptony? Kłopoty z materią są jednym z powodów, dla których teoria Kaluzy – Kleina ustąpiła miejsca obecnie szybko rozwijającej się tzw. teorii superstrun.

W zakresie obecnie dostępnych nam energii cząstek elementarnych teoria Kaluzy – Kleina nie przewiduje żadnych nowych zjawisk, które pozwalałyby ją zweryfikować, co nie oznacza jednak, że w ogóle nie przewiduje nowych efektów – byłaby wówczas jedynie doktryną filozoficzną.

Masy cząstek elementarnych, podobnie jak długości jakichkolwiek fal są związane z geometrią. W czasoprzestrzeni szczególnej teorii względności, która jest otwarta w każdym wymiarze, mogą się rozchodzić fale o dowolnej długości i mogą istnieć cząstki bez masy spoczynkowej (fotony, neutrino, gluony) oraz cząstki o dowolnej masie. W zamkniętej przestrzeni, np. na strunie skrzypiec, mogą pojawić się tylko fale stojące o długości  $\lambda_0/n$ , gdzie  $\lambda_0$  jest długością fali podstawowej. W czasoprzestrzeni, która w pewnych wymiarach jest zamknięta, jak w 11-wymiarowym świecie Wittena, masy cząstek elementarnych nie mogą być dowolne. Są tam cząstki bezmasowe oraz cząstki, których masa spoczynkowa jest równa  $m_n = nm_0$ , gdzie  $m_0$  jest charakterystyczną skalą masy. Jeżeli promień 7-wymiarowej sfery, jaką tworzy przestrzeń w wyższych wymiarach, jest równy  $L$ , to  $m_0 = c^2 L/G$ . Przyjmując  $L \approx l_P$  dostajemy  $m_0 \approx m_P$ . Teoria przewiduje zatem istnienie nowej generacji superciężkich cząstek elementarnych, zupełnie niezależnych od znanych nam leptonów i hadronów. Ich masy są całkowitą wielokrotnością masy Plancka, która uzyskuje wreszcie naturalną i fundamentalną interpretację jako charakterystyczna skala mas.