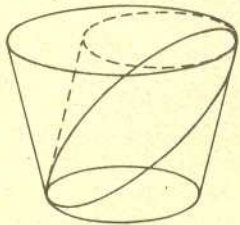


Obalamy prawa fizyki

Doc. dr Jan GAJ

Rozwiązanie zadania M 511.



Powierzchnia wody ma środek symetrii O (bo jest po prostu elipsą). Woda, zawarta w kuble, stanowi bryłę, której obraz przy symetrii środkowej względem O mieści się nadal w kuble. Istotnie, widać od razu, że dno oraz odpowiednie odcinki tworzących stożka mieszczą się gdzie trzeba (patrz rysunek). Wobec tego wody jest mniej niż połowa pojemności kubła.

Daniel Bernoulli, Szwajcar, 1700 - 1782, znany matematyk i fizyk.



Rozwiązanie zadania F 249.

Oznaczmy przez I moment bezwładności Ziemi przed stopieniem lodu, a przez $I + \Delta I$ - po stopieniu. Na podstawie prawa zachowania momentu pędu możemy zapisać

$$I\omega = (I + \Delta I)(\omega + \Delta\omega),$$

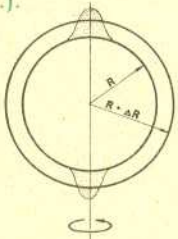
(ω i $\omega + \Delta\omega$ - prędkości kątowe Ziemi przed i po stopieniu lodu). Powyższy wzór możemy zapisać w postaci

$$\frac{I}{T} = \frac{I + \Delta I}{T + \Delta T}, \text{ gdzie } T = 2\pi/\omega.$$

Stąd poszukiwana zmiana okresu obrotu

$$\Delta T = \frac{\Delta I}{I} T.$$

Zmiana momentu bezwładności ΔI powstała na skutek zmiany rozkładu masy lodu (wody), który początkowo znajdował się w pobliżu osi obrotu (i dlatego dawał bardzo mały wkład do całkowitego momentu bezwładności), a po roztopieniu został, jak zakładamy, równomiernie rozłożony w warstwie kulistej o promieniu R i grubości ΔR (patrz rys.).



Moment bezwładności takiej warstwy wynosi (patrz rozwiązanie zadania F 248)

$$\Delta I \approx \frac{8}{3} \pi \rho R^4 \Delta R.$$

A więc zmiana okresu obrotu Ziemi wokół osi wyniesie

$$\Delta T \approx \frac{8}{3} \frac{\pi \rho R^4}{I} T \Delta R.$$

Uwzględniając, że dla wody $\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3$, okres $T = 24 \text{ h}$ i $\Delta R = 61 \text{ m}$ otrzymujemy $\Delta T \approx 1 \text{ s}$.

Dziś po raz trzeci zapraszam Cię, Czytelniku, do obalania praw fizyki. Poprzednie nasze rozważania miały na celu uświadomienie ograniczeń, jakie zawiera nasz obraz konstrukcji świata. Możemy jednak bawić się obalaniem powszechnie uznanych poglądów dla samej przekornej przyjemności stąd płynącej. Nawet jeśli nam się nie uda obalić tego czy innego prawa, pozostaje pożytek z gimnastyki umysłu i - mam nadzieję - chęć do podejmowania dalszych prób: a może następnym razem powiedzie nam się lepiej?

Dzisiaj chciałbym, abyśmy wzięli na warsztat

Prawo Bernoulliego

Zacznijmy od sformułowania tego prawa:

Wzdłuż linii prądu suma ciśnienia i połowy iloczynu gęstości przez kwadrat prędkości płynu (przez płyn rozumiemy ciało nie mające sprężystości postaci - ciecz lub gaz) jest wielkością stałą. Wzorem zapisujemy to tak:

$$(*) \quad p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.}$$

Należy dodać, że prawo to stosuje się do płynów nielepkkich.

Jak objawia się prawo Bernoulliego w praktyce?

Zauważmy przede wszystkim, że zwiększeniu prędkości odpowiada w myśl prawa Bernoulliego obniżenie ciśnienia, żeby lewa strona równości (*) mogła pozostać stała. Dlatego szybki strumień powietrza w rozpylaczu (rys.1) wciąga ciecz przez rurkę i powoduje rozpylanie jej na małe kropelki. Możemy też powiązać z prawem Bernoulliego zbliżanie się dwóch kartek papieru, między które dmuchamy (rys.2).



Prawo Bernoulliego możemy uważać za formę zasady zachowania energii: dwie części lewej strony równości (*) opisują potencjalną i kinetyczną energię jednostki masy płynu.

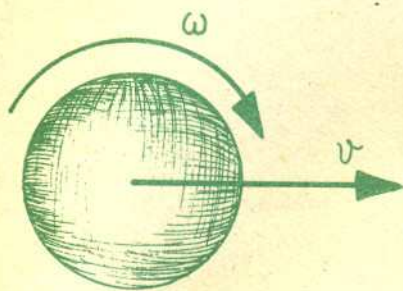
Skorośmy się już oswoili z prawem Bernoulliego, możemy przystąpić do jego obalania. Posłuży nam do tego

Efekt Magnusa

Polega on na powstawaniu siły poprzecznej, działającej na ciało obracające się i jednocześnie poruszające się ruchem postępowym w kierunku prostopadłym do osi obrotu. Działanie efektu Magnusa znane jest świetnie tenisistom („liftowana” piłka upadnie na kort po stronie przeciwnika, choć bez efektu Magnusa wyleciałaby na aut - rys.3) oraz piłkarzom próbującym strzelić bramkę z rzutu różnego (rys.4). Wszyscy oni w momencie uderzenia nadają piłce ruch wirowy, dzięki czemu zakreca ona w pożądanym kierunku.

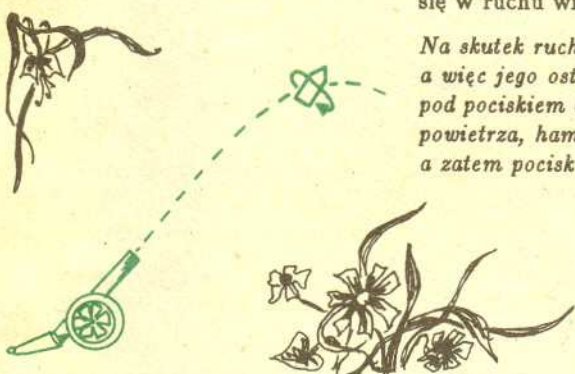


Skąd bierze się efekt Magnusa?



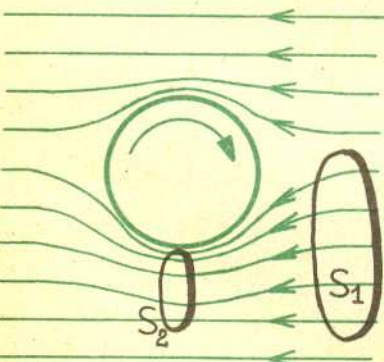
Rys.5

Siméon Denis Poisson, Francuz,
1781 – 1840, wybitny matematyk
i fizyk.



Rys.7

Autor nie ponosi odpowiedzialności
za ewentualne wypadki drogowe
lub kolejowe powstałe w wyniku
doświadczeń tego rodzaju wykonanych
przez gorliwych Czytelników.



Rys.8

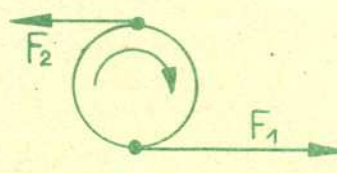
– Musi być związany z prawem Bernoulliego – zawołasz z pewnością. Na pewno piłka skręca w tę stronę, po której prędkość jest większa, a więc ciśnienie powietrza jest mniejsze! Spróbujmy rozważyć to spokojnie. Niech nasza piłka o promieniu R porusza się ruchem postępowym z prędkością v , a jednocześnie obraca się z prędkością ω tak, aby górna część piłki w ruchu obrotowym poruszała się do przodu (rys.5). Sytuacja taka odpowiada dokładnie „liftowanej” piłce w tenisie z rysunku 3. Zgodzisz się ze mną, Czytelniku, że górna część piłki porusza się szybciej do przodu (z prędkością $v + \omega R$) niż dolna (z prędkością $v - \omega R$). Z doświadczenia wiemy, że piłka jest spychana w dół, a więc ciśnienie działające na jej górną część musi być większe niż ciśnienie pod piłką. Ale w takim razie wielkość $p + \frac{1}{2}\rho v^2$ nie jest stała, czyli prawo Bernoulliego zostało obalone.

Jeżeli w tym momencie czujesz wątpliwości, czy w ogóle coś z mechaniki płynów można zrozumieć, nie przejmuj się. Wiadomo przecież, że

Errare Humanum Est

Nawet wielcy ludzie mylili się w tej dziedzinie, co nie przeszkodziło im zdobyć sławę. Wielki uczony Siméon Denis Poisson następująco tłumaczył znany artylerzystom fakt, że wirujący pocisk odchyła się od płaszczyzny swego toru w stronę, w którą porusza się w ruchu wirowym górna część pocisku:

Na skutek ruchu wirowego pocisk zachowuje kierunek, jaki miał w momencie wystrzału, a więc jego ostrze jest odchylone w górę w stosunku do toru (rys.6). Ciśnienie powietrza pod pociskiem będzie w takiej sytuacji większe niż nad nim. Również i siła lepkości powietrza, hamująca ruch obrotowy pocisku, będzie silniej działała na dolną część pocisku, a zatem pocisk odchylił się w prawo (rys.7).



Rys.6

Zwróć uwagę, Czytelniku, że rozumowanie Poissona, gdyby je zastosować do wyjaśnienia efektu Magnusa, dałoby niewłaściwy znak efektu; rozważając ruch pocisku Poisson otrzymuje jednak wynik zgodny z doświadczeniem. Dlatego też jego wyjaśnienie było powszechnie uważane za słuszne, dopóki nie okazało się, że kierunek wirującego w prawo pocisku nie jest odchylony od toru w górę, tylko w prawo, a w tej sytuacji skłonność pocisku do skręcenia w prawo staje się oczywista.

W tym momencie zapytasz pewnie:

A może jednak da się uratować prawo Bernoulliego?

Powiesz może: przecież prawo to stosuje się do płynów nielepkich, a powietrze ma pewną lepkość, o czym najlepiej świadczy opór, jaki czujemy wystawiwszy rękę przez okno szybko jadącego pociągu lub samochodu.

Masz rację, ale przecież doświadczenia z rysunków 1–2 dadzą się wyjaśnić za pomocą prawa Bernoulliego, choć i tam występuje powietrze dalekie od nielepkiego ideału. Jeżeli jesteś uparty, będziesz obstawał przy swoim: A może w sytuacji, w jakiej znajdują się obracające się piłki w tenisie lub piłce nożnej, są one z jakichś powodów szczególnie wrażliwe na lepkość?

Nie mogę już dłużej ukrywać poprawnego rozwiązania: masz rację, to właśnie lepkość jest winna. Ona to właśnie powoduje, że piłka obracając się odsuwa ze swej drogi powietrze głównie na jedną stronę (rys.8).

Wybraliśmy tym razem dla wygody układ odniesienia związany z piłką, w którym na obracającą się piłkę wieje strumień powietrza. Widać, że powietrze zawarte w przekroju S_1 , odgarniane w dół, musi przepłynąć pod piłką przez wyraźnie mniejszy przekrój S_2 , musi więc płynąć szybciej przez przekrój S_2 . Ten wzrost prędkości okazuje się efektem silniejszym niż dodawanie i odejmowanie się składowej ruchu obrotowego. Teraz prawo Bernoulliego funkcjonuje: to na dole prędkość jest większa, a więc ciśnienie mniejsze – piłka będzie spychana w dół. Możesz jeszcze mieć zastrzeżenia: A czy nie dałoby się sprawdzić doświadczalnie, o ile rzeczywiście wzrasta prędkość pod piłką? Spróbuj wymyślić, jak by się to dało zrobić.